

CCI 36 – Computação Gráfica

Imagens

Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Prof. Carlos Henrique Q. Forster – Sala 121 IEC

forster@ita.br

Tópicos da aula

- definições básicas: pixel, resolução, profundidade (de cor), formatos
- amostragem
- filtragem, convolução, gradiente, laplaciano
- filtros em multiescala
- detecção de bordas
- correção gama
- histogramas
- equalização
- matching de histograma
- quantização de cores com k-means
- segmentação por thresholding
- clustering para detectar retas

Livro para acompanhar essa aula

Gonzalez e Woods

Shapiro e Stockman

Horn (regiões binárias)

Ballard (descrição)

Trucco (detecção de cantos)

Imagem

Uma representação em um espaço de dimensão reduzida, normalmente relacionada à percepção visual e guarda semelhança com o objeto representado.

Resultado do processo fotográfico ou outras formas sensoriais.

Amostragem: usual para representação digital

Taxa de amostragem: vale a lei de Nyquist ou então compressive sensing

Suporte: a forma geométrica do espaço amostrado (domínio), por exemplo, pontos igualmente espaçados num retângulo

Resolução: capacidade de discernir dois pontos, também a quantidade de pontos que forma a imagem

Profundidade: o número de bits que representa uma grandeza da imagem

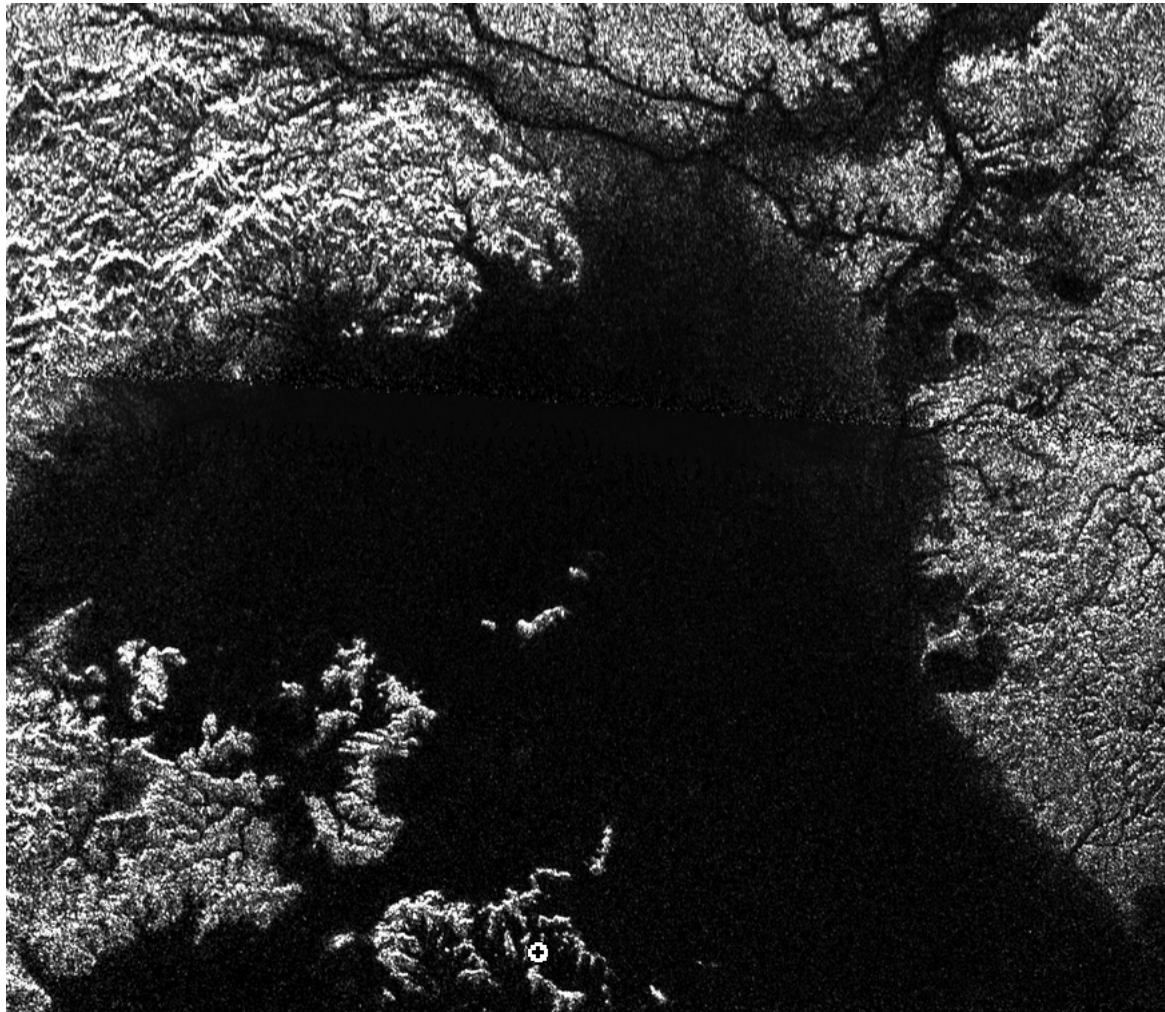
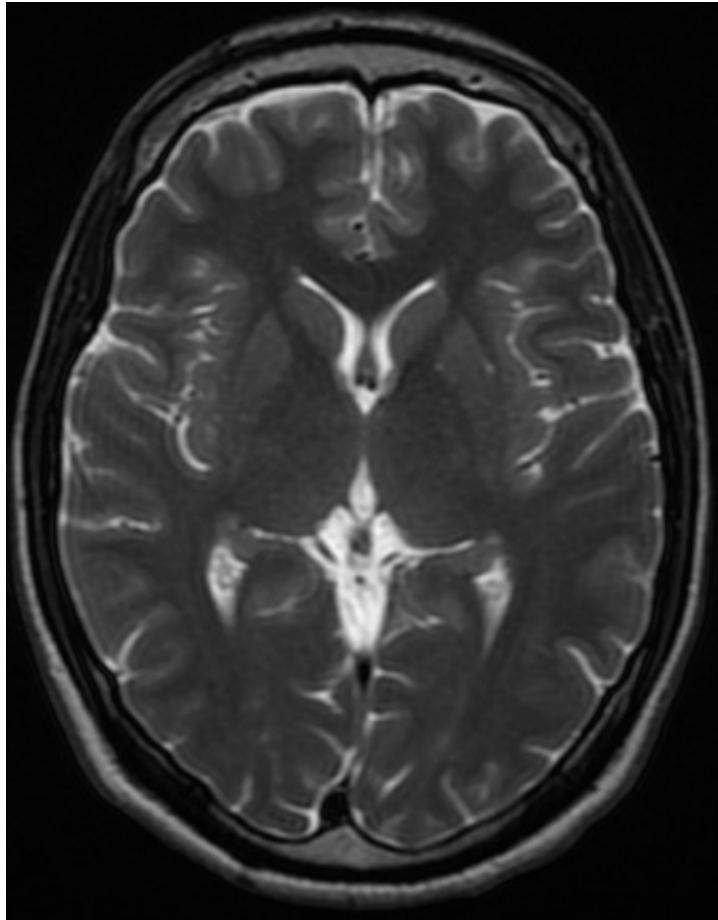


Imagem Synthetic-aperture-radar da lua Titan



Ressonância magnética do cérebro normal



Imagem
sintética

Representação em frequência

Transformada de Fourier

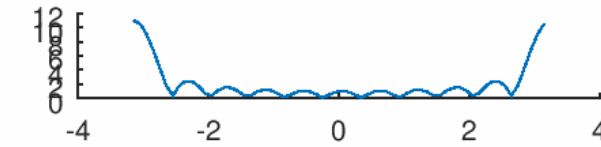
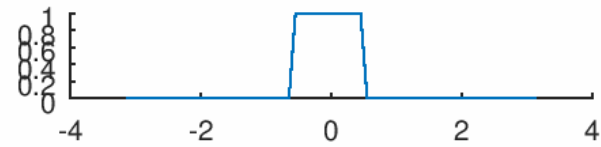
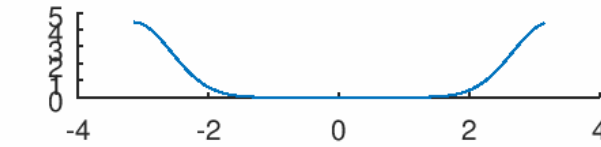
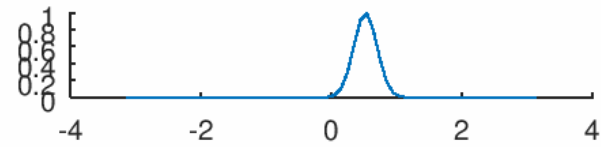
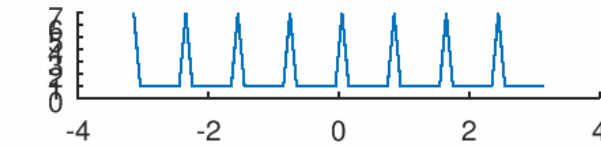
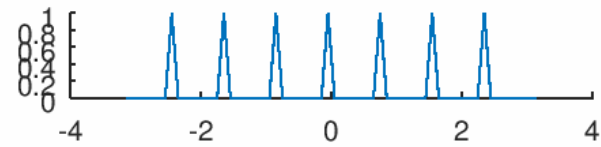
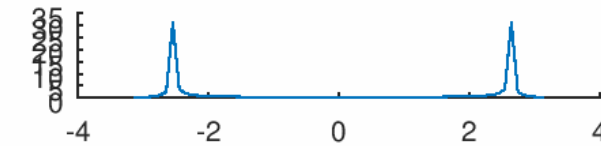
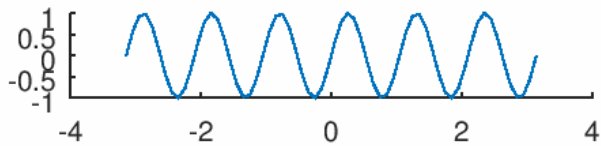
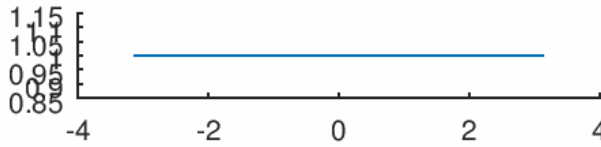
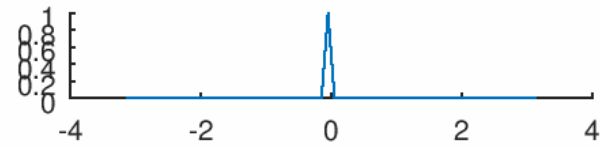
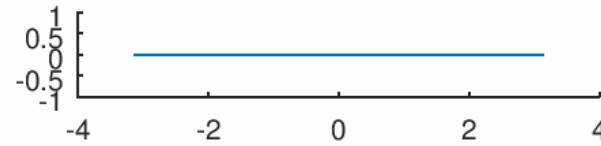
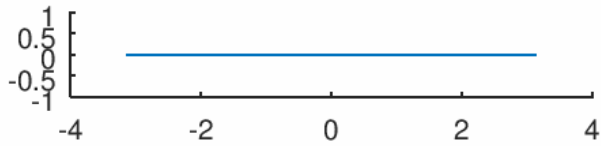
$$S(k) = \int_{-\infty}^{\infty} s(r) e^{-j2\pi kr} dr \quad (\text{forward})$$

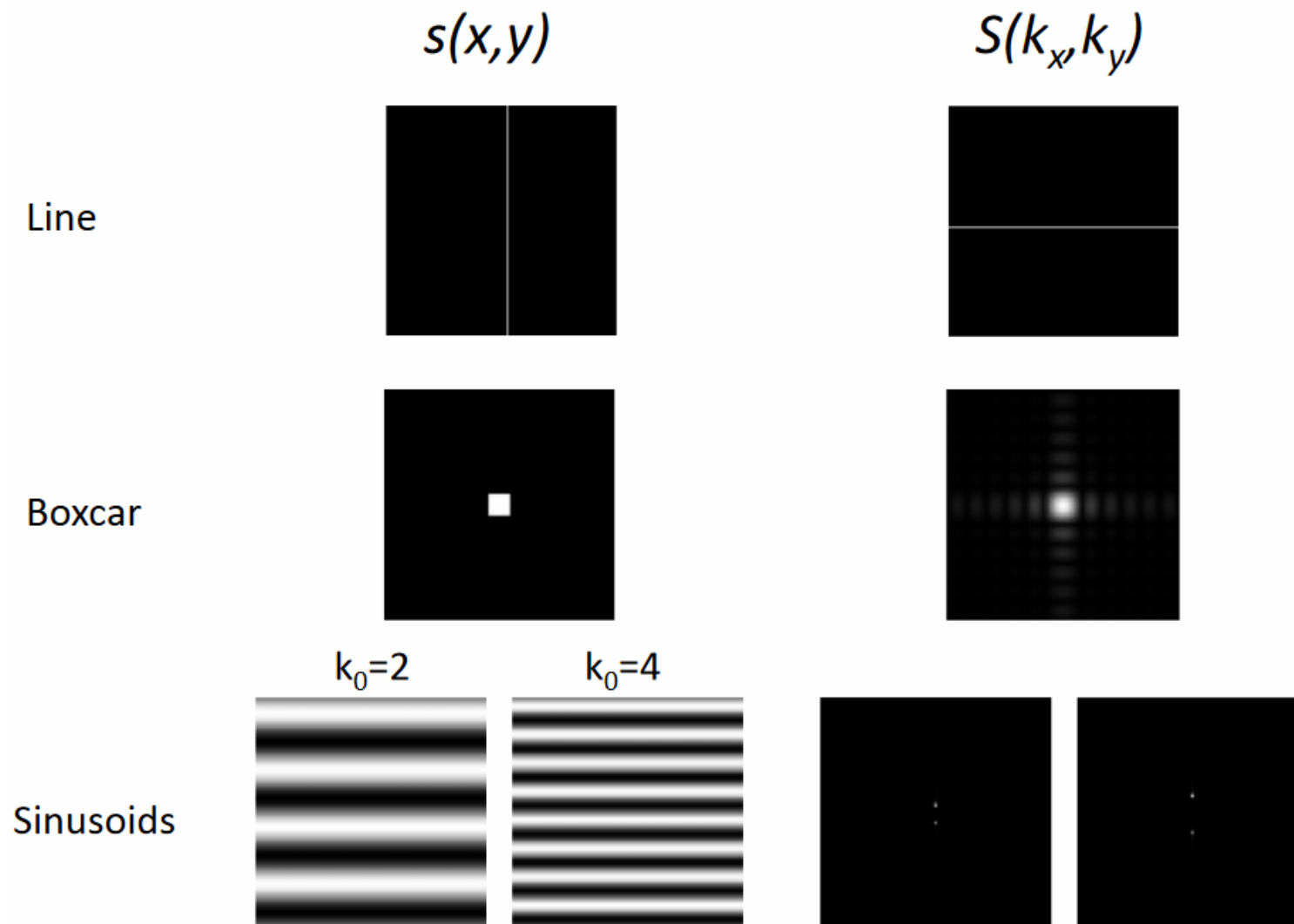
$$s(r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(k) e^{j2\pi kr} dk \quad (\text{inverse})$$

Transformada de Fourier multidimensional

$$S(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(x, y) e^{-j2\pi(k_x x + k_y y)} dx dy$$

$$s(x, y) = \frac{4}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(k_x, k_y) e^{j2\pi(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$





Propriedades

$$F\{as_1(r) + bs_2(r)\} = aS_1(k) + bS_2(k) \quad (\text{Linearidade})$$

$$F\{s_1(r) * s_2(r)\} = S_1(k)S_2(k)$$

$$F\{s_1(r)s_2(r)\} = S_1(k) * S_2(k) \quad (\text{Convolução})$$

$$\int |s(r)|^2 dr = \int |S(k)|^2 dk \quad (\text{Parseval})$$

A transformada rápida leva tempo $O(N \lg N)$

Detectando contorno por máscaras de convolução

Seja S um sinal unidimensional amostrado num vetor $S[i]$.

$S'[i]$ é o sinal correspondente às diferenças de primeira ordem.

$S''[i]$ é o sinal correspondente às diferenças de segunda ordem.

A máscara M' é a máscara de convolução que produz as diferenças entre pixels consecutivos

$$S'[i] = -S[i-1] + S[i]$$

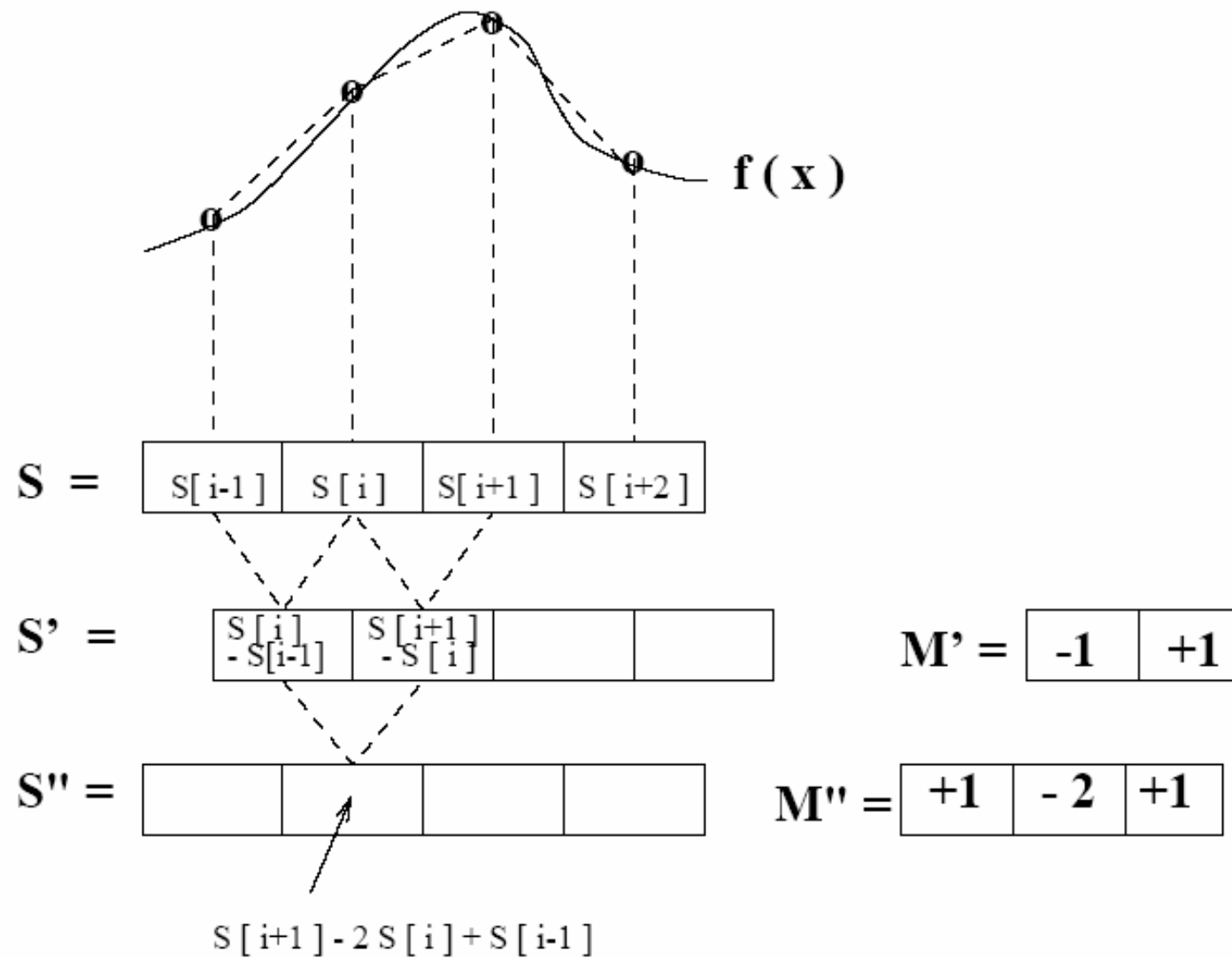
$$\text{mask } \mathbf{M}' = [-1, +1]$$

$$S''[i] = -S'[i] + S'[i+1]$$

$$= -(S[i] - S[i-1]) + (S[i+1] - S[i])$$

$$= S[i-1] - 2S[i] + S[i+1]$$

$$\text{mask } \mathbf{M}'' = [1, -2, 1]$$



$$\text{mask } M = [-1, 0, 1]$$

S_1			12	12	12	12	12	24	24	24	24	24
S_1	\otimes	M	0	0	0	0	12	12	0	0	0	0

(a) S_1 is an upward step edge

S_2			24	24	24	24	24	12	12	12	12	12
S_2	\otimes	M	0	0	0	0	-12	-12	0	0	0	0

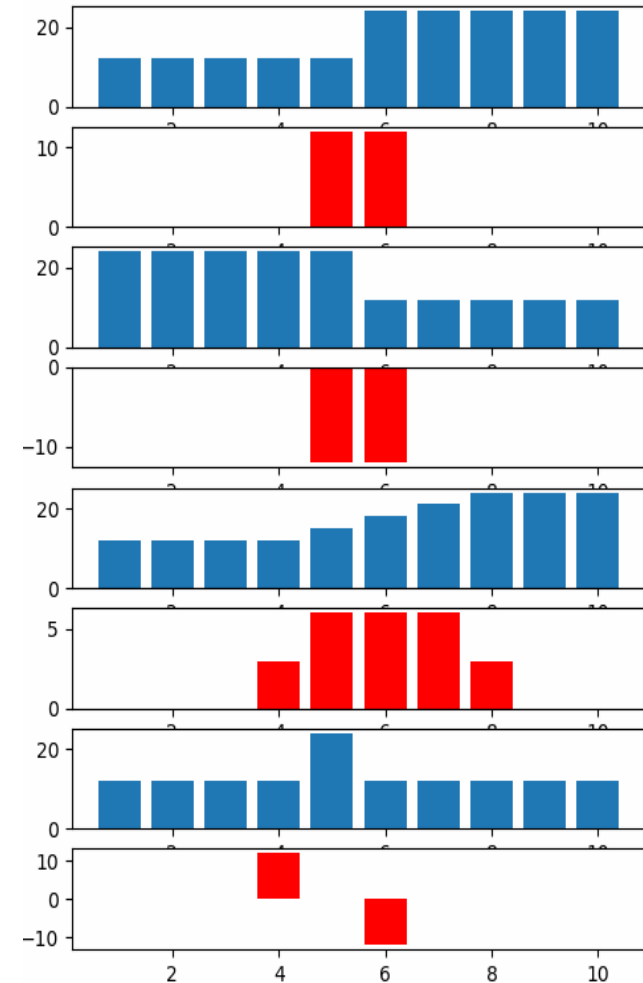
(b) S_2 is a downward step edge

S_3			12	12	12	12	15	18	21	24	24	24
S_3	\otimes	M	0	0	0	3	6	6	6	3	0	0

(c) S_3 is an upward ramp

S_4			12	12	12	12	24	12	12	12	12	12
S_4	\otimes	M	0	0	0	12	0	-12	0	0	0	0

(d) S_4 is a bright impulse or “line”



exemplos de convolução

Filtros Gaussianos

Os coeficientes da máscara são dados pela função

$$g(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{d^2}{2\sigma^2}}$$

Onde

$$d = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}$$

Utilizado para remoção de ruído (smoothing ou suavização).

Aplicando a convolução com uma máscara derivativa, obtemos uma máscara derivativa mais robusta (evita o ruído)

box smoothing mask $M = [1/3, 1/3, 1/3]$

S_1			12	12	12	12	12	24	24	24	24	24
S_1	\otimes	M	12	12	12	12	16	20	24	24	24	24

(a) S_1 is an upward step edge

S_4			12	12	12	12	24	12	12	12	12	12
S_4	\otimes	M	12	12	12	16	16	16	12	12	12	12

(d) S_4 is a bright impulse or “line”

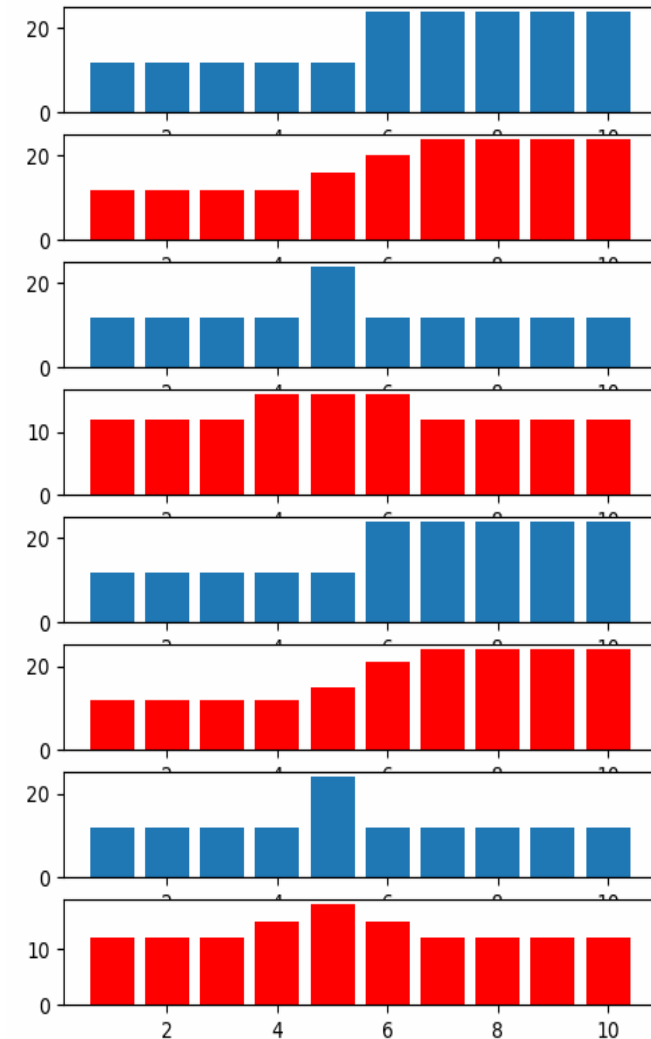
Gaussian smoothing mask $M = [1/4, 1/2, 1/4]$

S_1			12	12	12	12	12	24	24	24	24	24
S_1	\otimes	M	12	12	12	12	15	21	24	24	24	24

(a) S_1 is an upward step edge

S_4			12	12	12	12	24	12	12	12	12	12
S_4	\otimes	M	12	12	12	15	18	15	12	12	12	12

(d) S_4 is a bright impulse or “line”



Some properties of derivative masks follow:

- Coordinates of derivative masks have opposite signs in order to obtain a high response in signal regions of high contrast.
- The sum of coordinates of derivative masks is zero so that a zero response is obtained on constant regions.
- First derivative masks produce high absolute values at points of high contrast.
- Second derivative masks produce zero-crossings at points of high contrast.

For comparison, smoothing masks have these properties:

- Coordinates of smoothing masks are positive and sum to one so that output on constant regions is the same as the input.
- The amount of smoothing and noise reduction is proportional to the mask size.
- Step edges are blurred in proportion to the mask size.

Operadores diferenciais em imagens

$$\begin{aligned} \partial f / \partial x \equiv f_x \approx & \frac{1}{3} [(I[x + 1, y] - I[x - 1, y])/2 \\ & + (I[x + 1, y - 1] - I[x - 1, y - 1])/2 \\ & + (I[x + 1, y + 1] - I[x - 1, y + 1])/2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial f / \partial y \equiv f_y \approx & \frac{1}{3} [(I[x, y + 1] - I[x, y - 1])/2 \\ & + (I[x - 1, y + 1] - I[x - 1, y - 1])/2 \\ & + (I[x + 1, y + 1] - I[x + 1, y - 1])/2)] \end{aligned}$$

$$\text{mask } M = [-1, 2, -1]$$

S_1			12	12	12	12	12	24	24	24	24	24
S_1	\otimes	M	0	0	0	0	-12	12	0	0	0	0

(a) S_1 is an upward step edge

S_2			24	24	24	24	24	12	12	12	12	12
S_2	\otimes	M	0	0	0	0	12	-12	0	0	0	0

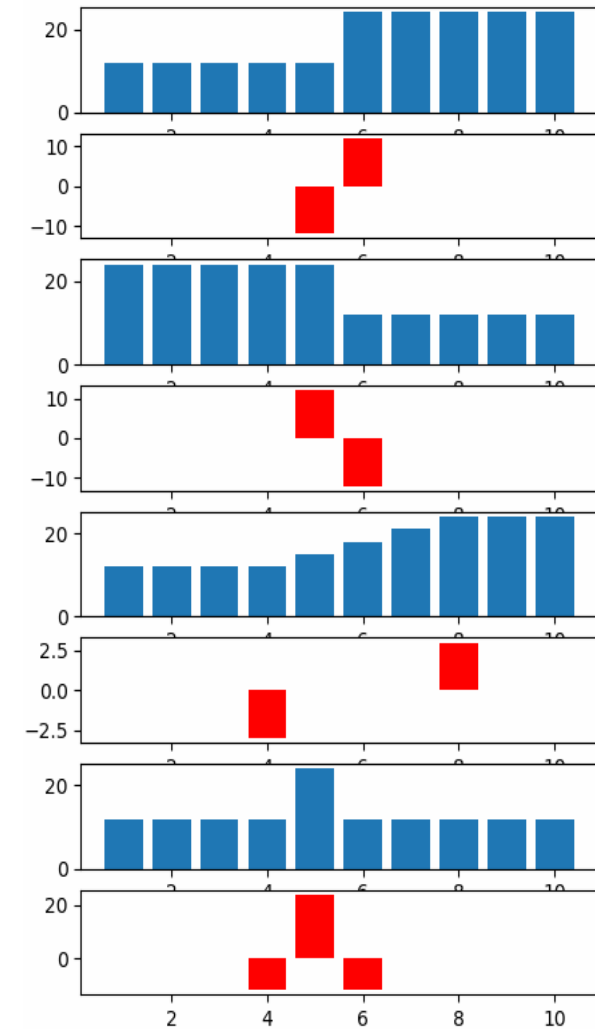
(b) S_2 is a downward step edge

S_3			12	12	12	12	15	18	21	24	24	24
S_3	\otimes	M	0	0	0	-3	0	0	0	3	0	0

(c) S_3 is an upward ramp

S_4			12	12	12	12	24	12	12	12	12	12
S_4	\otimes	M	0	0	0	-12	24	-12	0	0	0	0

(d) S_4 is a bright impulse or “line”



Máscaras 2D

Prewitt: $M_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; $M_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

Sobel: $M_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; $M_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

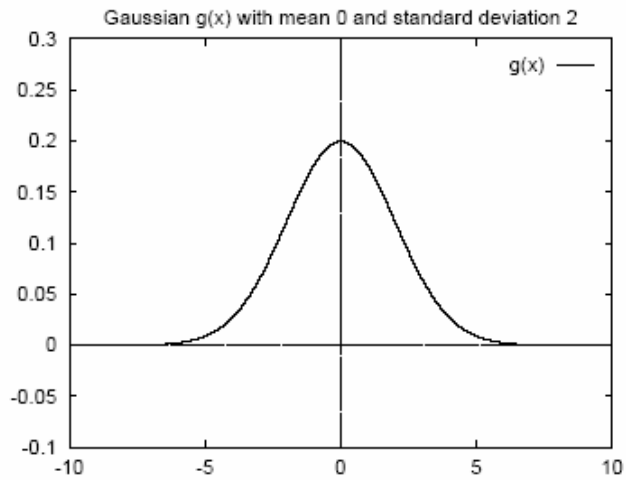
Roberts: $M_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$; $M_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

diferenciais

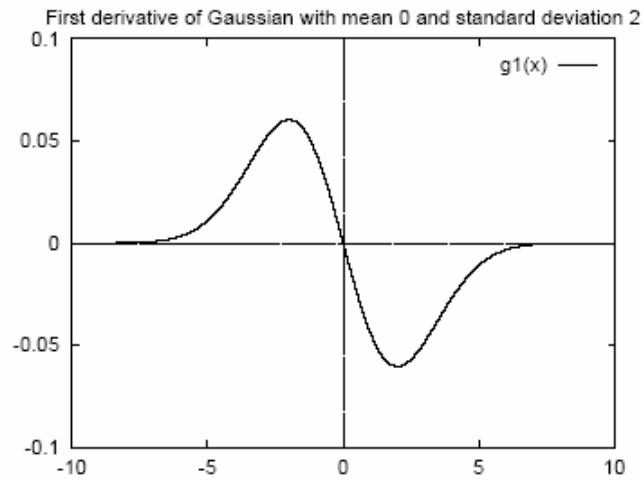
$$\mathbf{G}_{3 \times 3} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} ;$$

$$\mathbf{G}_{7 \times 7} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 3 & 7 & 9 & 7 & 3 & 1 \\ \hline 3 & 12 & 26 & 33 & 26 & 12 & 3 \\ \hline 7 & 26 & 55 & 70 & 55 & 26 & 7 \\ \hline 9 & 33 & 70 & 90 & 70 & 33 & 9 \\ \hline 7 & 26 & 55 & 70 & 55 & 26 & 7 \\ \hline 3 & 12 & 26 & 33 & 26 & 12 & 3 \\ \hline 1 & 3 & 7 & 9 & 7 & 3 & 1 \\ \hline \end{array}$$

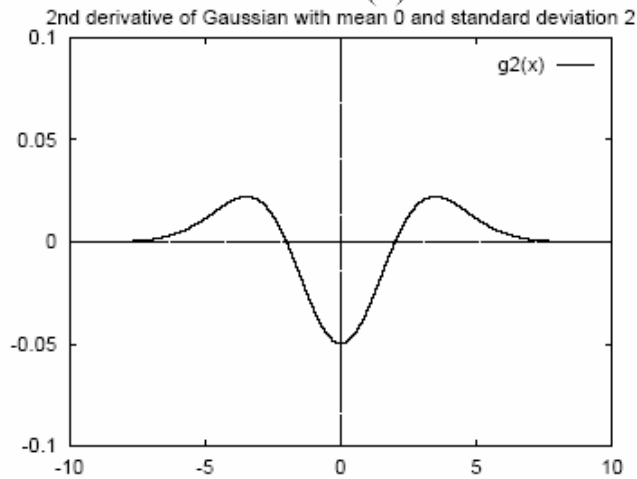
gaussianas



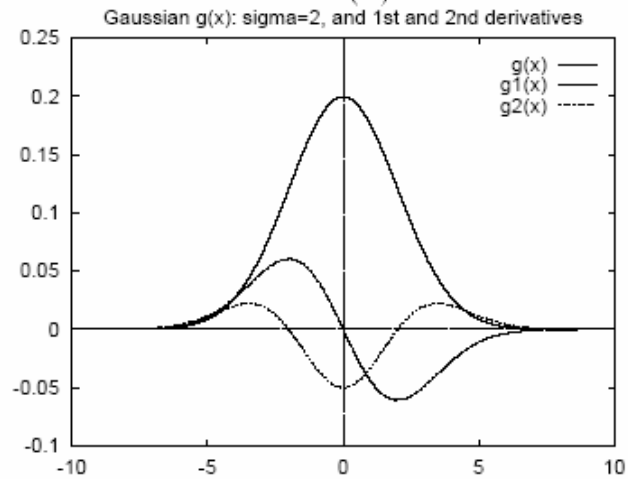
(a)



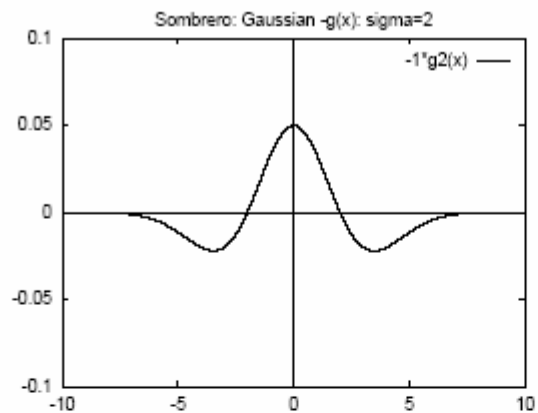
(b)



(c)



(d)



0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5
5	5	10	10	10	10
5	5	10	10	10	10
5	5	5	10	10	10
5	5	5	5	10	10

-	-	-	-	-	-
-	0	-5	-5	-5	-
-	-5	10	5	5	-
-	-5	10	0	0	-
-	0	-10	10	0	-
-	-	-	-	-	-

laplaciano de gaussianas

Notar os zero-crossings

0	0	0	-1	-1	-2	-1	-1	0	0	0
0	0	-2	-4	-8	-9	-8	-4	-2	0	0
0	-2	-7	-15	-22	-23	-22	15	-7	-2	0
-1	-4	-15	-24	-14	-1	-14	-24	-15	-4	-1
-1	-8	-22	-14	52	103	52	-14	-22	-8	-1
-2	-9	-23	-1	103	178	103	-1	-23	-9	-2
-1	-8	-22	-14	52	103	52	-14	-22	-8	-1
-1	-4	-15	-24	-14	-1	-14	-24	-15	-4	-1
0	-2	-7	-15	-22	-23	-22	15	-7	-2	0
0	0	-2	-4	-8	-9	-8	-4	-2	0	0
0	0	0	-1	-1	-2	-1	-1	0	0	0

laplaciano 11x11

$$\begin{aligned}
 G[x, y] &= F[x, y] \otimes H[x, y] \\
 &= \sum_{i=-w/2}^{w/2} \sum_{j=-h/2}^{h/2} F[x+i, y+j] H[i, j]
 \end{aligned}$$

(construção das convoluções com máscara centrada em um pixel)

Detecção de cantos

$$C = \begin{bmatrix} \sum E_x^2 & \sum E_x E_y \\ \sum E_x E_y & \sum E_y^2 \end{bmatrix}$$

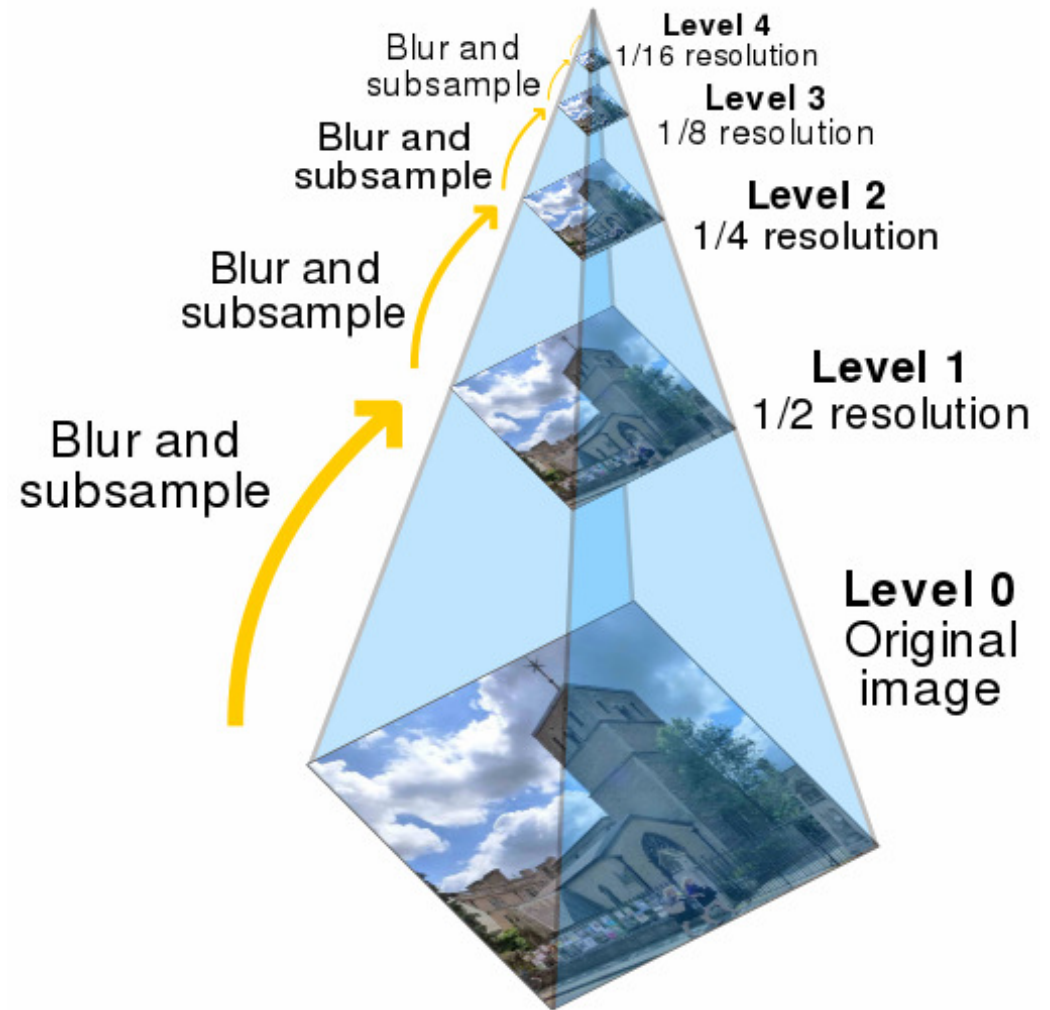
Realizar os somatórios sobre uma região centrada no pixel investigado.

Obter os autovalores de C.

Se o menor autovalor de C for maior que um valor limite, detectou-se um canto.

Filtragem multiescala

- permite invariância a escala na descrição de elemento da imagem



Vizinhança

	N	
W	*	E
	S	

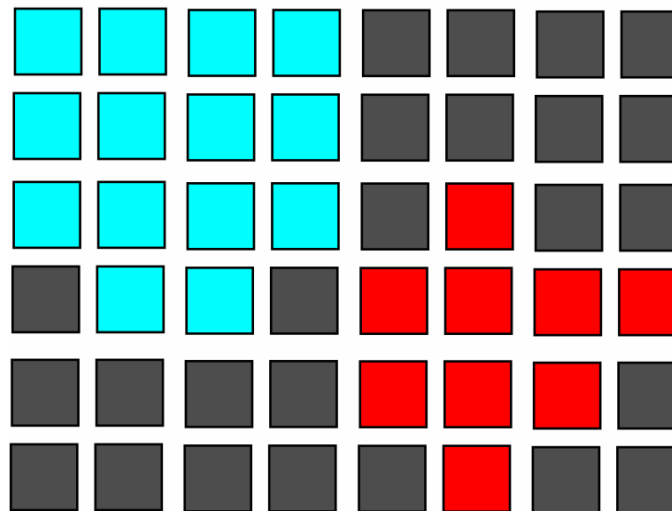
vizinhança 4

NW	N	NE
W	*	E
SW	S	SE

vizinhança 8

Regiões conexas

As regiões ciano e vermelha estão conectadas?



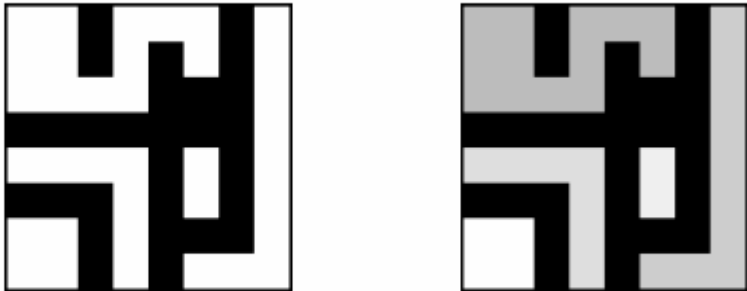
Rotulação de regiões

1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	1	0	1
0	0	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1	1	1

a) binary image

1	1	0	1	1	1	0	2
1	1	0	1	0	1	0	2
1	1	1	1	0	0	0	2
0	0	0	0	0	0	0	2
3	3	3	3	0	4	0	2
0	0	0	3	0	4	0	2
5	5	0	3	0	0	0	2
5	5	0	3	0	2	2	2

b) connected components labeling



c) binary image and labeling, expanded for viewing

```

function bim=lbl_label(im)
% bim=lbl_label(im)
%
% Labeling of image im.
% The labels are sorted by area.
% Label 1 is usually the background.
%
lut=1:10000; % look-up table
bim=zeros(size(im)); % image of the labels

%primeiro elemento
bim(1,1)=1;
lbl=2;

% primeira linha
for j=2:size(im,2)
    if(im(1,j)==im(1,j-1))
        bim(1,j)=bim(1,j-1);
    else
        bim(1,j)=lbl;
        lbl=lbl+1;
    end
end

%demais linhas
for i=2:size(im,1)
    cline=0;
    %primeira coluna
    if im(i,1)==im(i-1,1)
        bim(i,1)=bim(i-1,1);
    else
        bim(i,1)=lbl;
        lbl=lbl+1;
    end
    %demais colunas
    for j=2:size(im,2)
        if(im(i,j)==im(i,j-1))
            bim(i,j)=bim(i,j-1);
            if (im(i,j)==im(i-1,j))
                lut(bim(i,j))=bim(i-1,j);
                bim(i,j)=bim(i-1,j);
                cline=1;
            end
        elseif (im(i,j)==im(i-1,j))
            bim(i,j)=bim(i-1,j);
        else
            bim(i,j)=lbl;
            lbl=lbl+1;
        end
    end
end
if cline

```

```

    if cline
        for j=1:size(im,2)
            bim(i,j)=lut(bim(i,j));
        end
    end
end

%compactar lut
plut=zeros(1,lbl);
nlbl=1;
for i=1:size(plut,2)
    p=i;
    q=lut(p);
    while p~=q
        p=q;
        q=lut(p);
    end
    lut(i)=p;
    if plut(p)==0
        plut(p)=nlbl;
        nlbl=nlbl+1;
    end
end

for i=1:size(im,1)
    for j=1:size(im,2)
        bim(i,j)=plut(lut(bim(i,j)));
    end
end

%newpack
mlut=zeros(size(plut));
mlbl=1;
for i=1:size(im,1)
    for j=1:size(im,2)
        if mlut(bim(i,j))==0
            mlut(bim(i,j))=mlbl;
            bim(i,j)=mlbl;
            mlbl=mlbl+1;
        else
            bim(i,j)=mlut(bim(i,j));
        end
    end
end

% sort by area
lb=bim;
h=hist(lb(1:end),max(max(lb)));
[y,ilut]=sort(-h);

ylut=ilut;

```

```

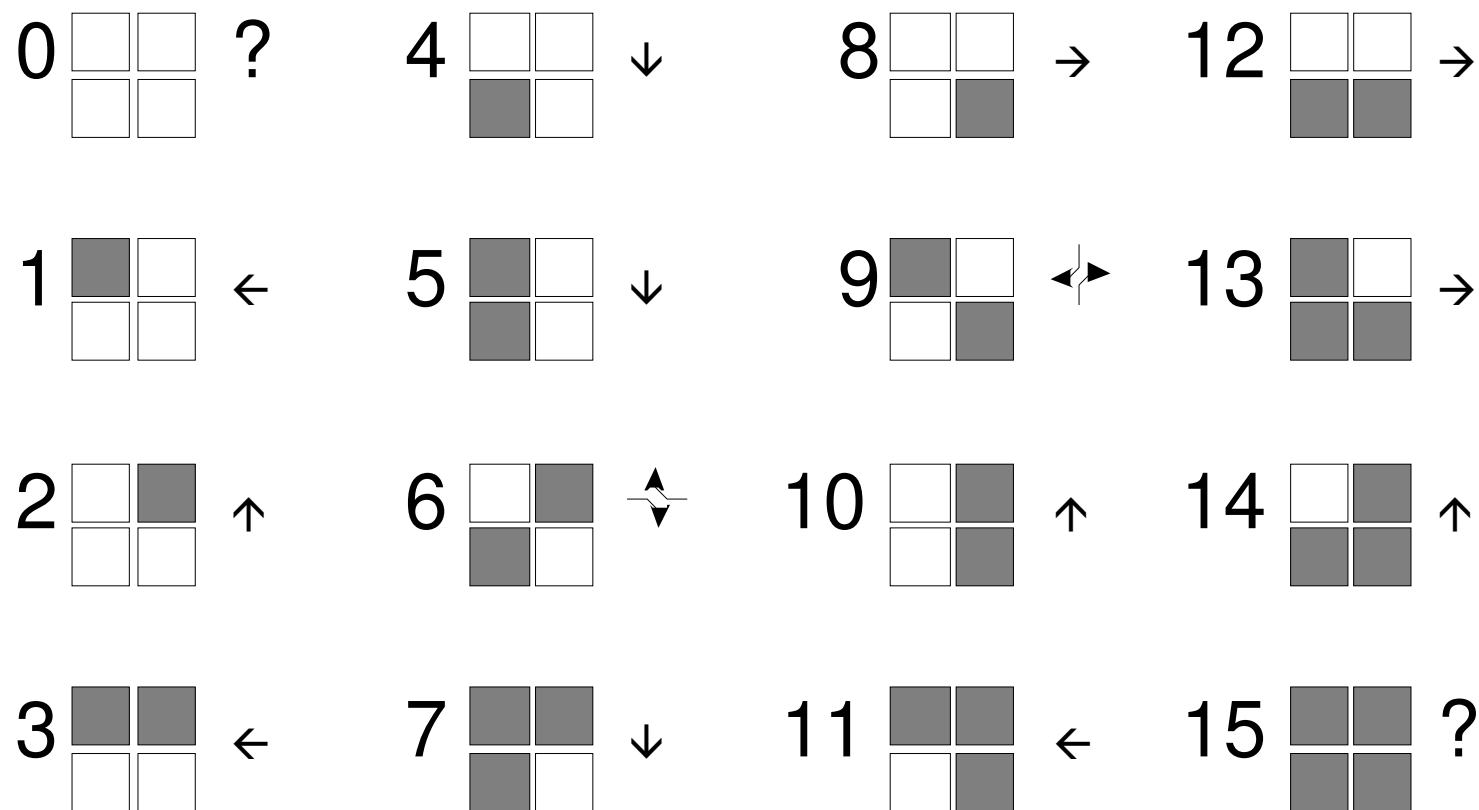
for i=1:size(ilut,2)
    ylut(i)=find(ilut==i);
end

for i=1:size(lb,1)
    for j=1:size(lb,2)
        lb(i,j)=ylut(lb(i,j));
    end
end
lbimg=lb;
bim=lb;

%
% Para obter a região de rótulo 3 use
% bim==3. Para obter o inverso bim~=3
%

```

Traçando o contorno de uma região binária

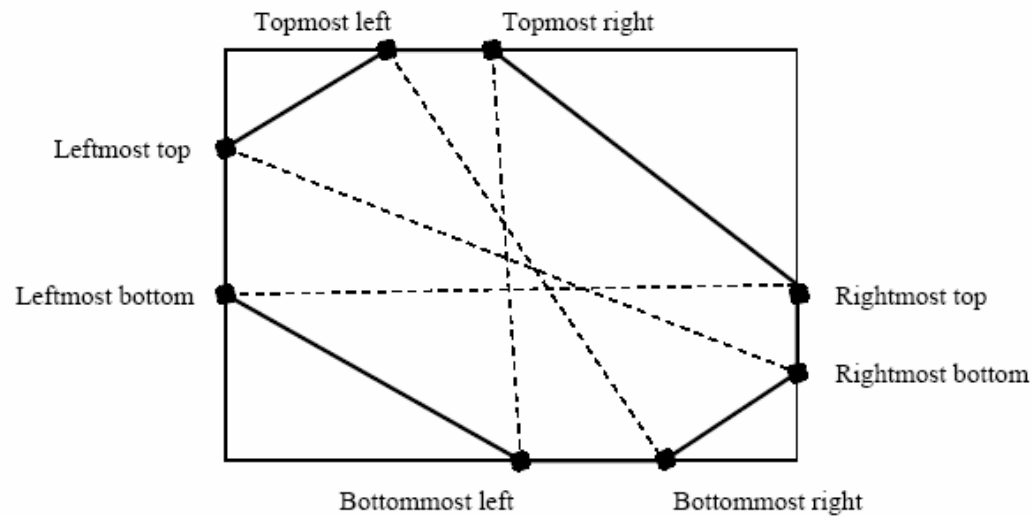


Descrição de Regiões Binárias

Área $A = \sum_{(r,c) \in R} 1$

Centróide $\bar{r} = \frac{1}{A} \sum_{(r,c) \in R} r$
 $\bar{c} = \frac{1}{A} \sum_{(r,c) \in R} c$

Bounding box (Extent box)



Segmentação

Thresholding

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } E_{ij} > \textit{threshold} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$



a) original image



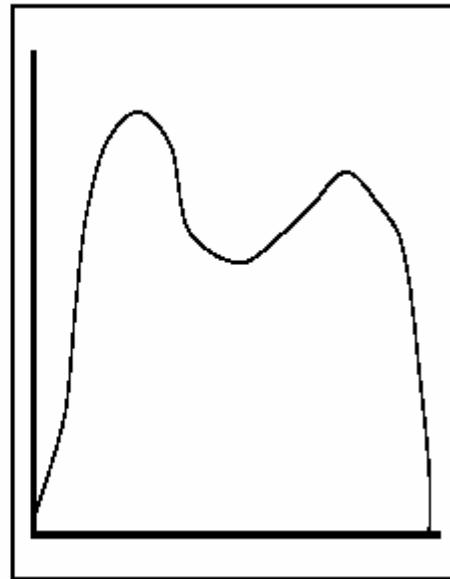
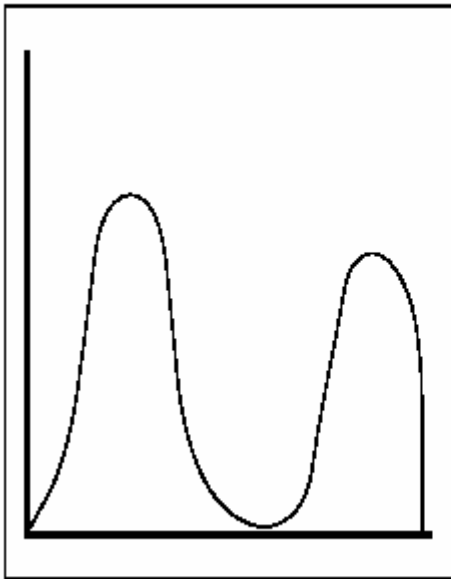
b) pixels below 93



c) pixels above 93

Histograma

$$h(m) = |\{(r, c) \mid I(r, c) = m\}|,$$



O valor de threshold deve ser escolhido para separar a distribuição bi-modal.

Construção do fecho convexo em 2D

Dados vértices ordenados em y

Insira o primeiro vértice e o segundo vértice nas listas esquerda e direita.

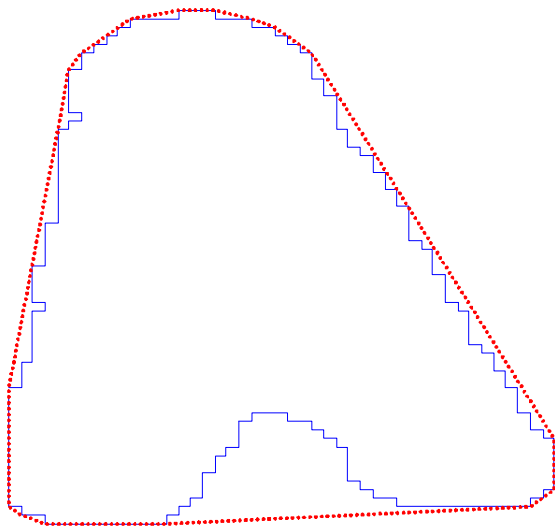
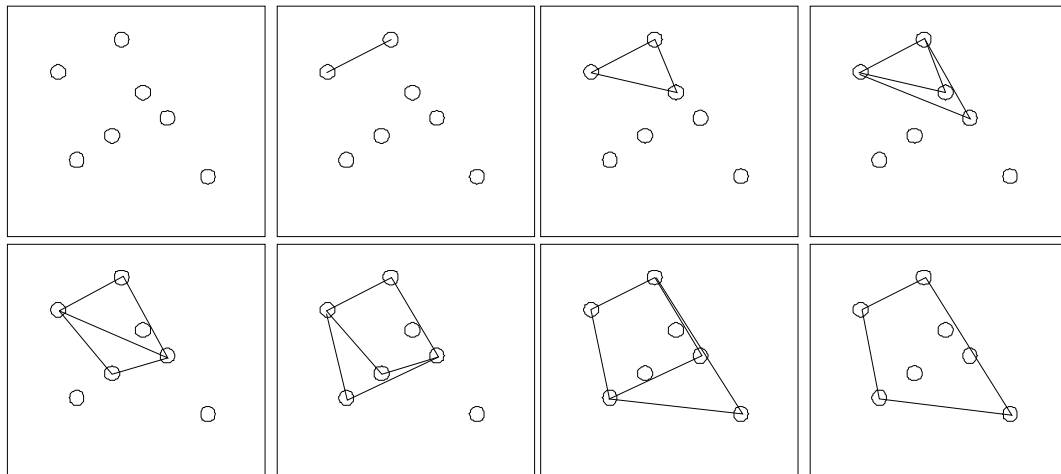
Para cada outro vértice V

Percorrer lista da esquerda inversamente removendo vértices até garantir que o ângulo das arestas em relação à horizontal é sempre decrescente.

Percorrer a lista da direita inversamente removendo vértices até garantir que o ângulo das arestas em relação à horizontal é sempre crescente.

Insira V nas duas listas.

Fim



Ajuste de intensidade

Correção gamma: $V_{out} = AV_{in}^\gamma$

Equalização de histograma:

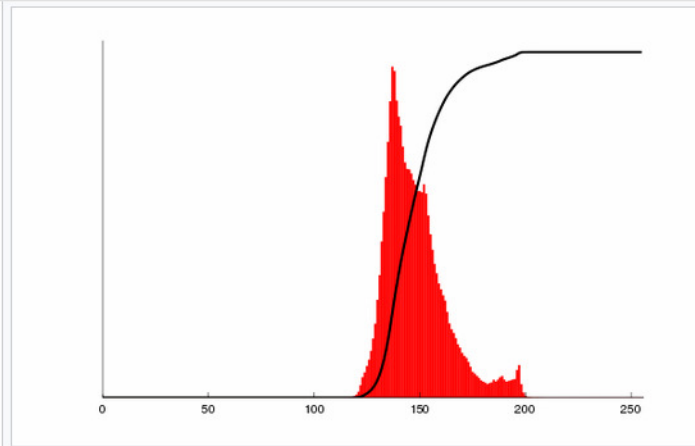
- o histograma da imagem é utilizado para construir a CDF (distribuição cumulativa)
- Para imagem MxN com L valores de cinza

$$h(v) = \text{round} \left(\frac{cdf(v) - cdf_{min}}{(M \times N) - 1} \times (L - 1) \right)$$





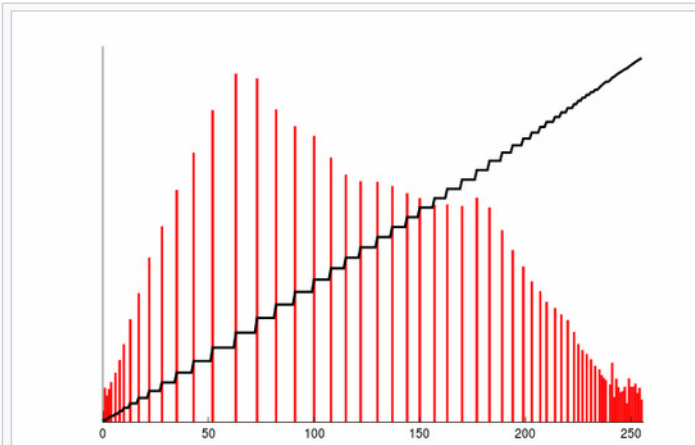
Before Histogram Equalization



Corresponding histogram (red) and cumulative histogram (black)



After Histogram Equalization



Corresponding histogram (red) and cumulative histogram (black)

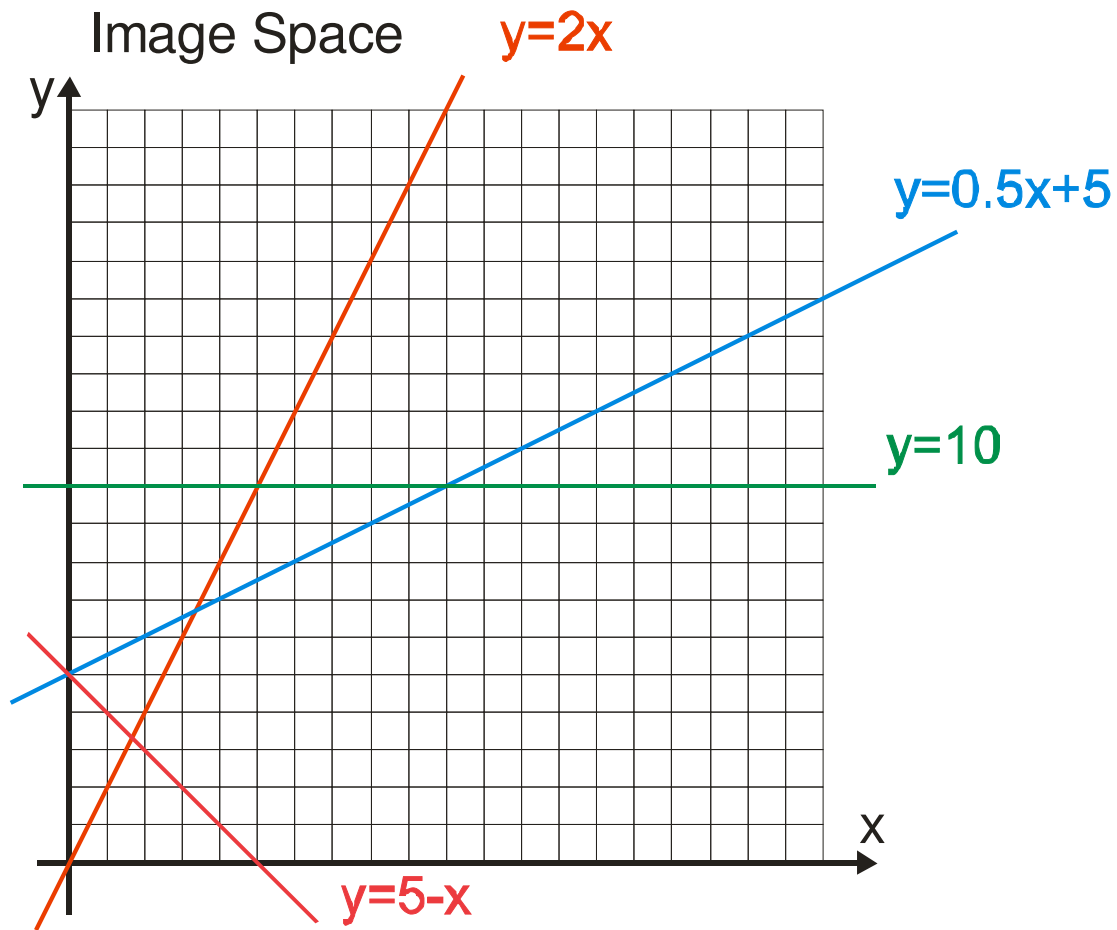


Segmentação e Agrupamento

- Transformada de Hough
- K-means

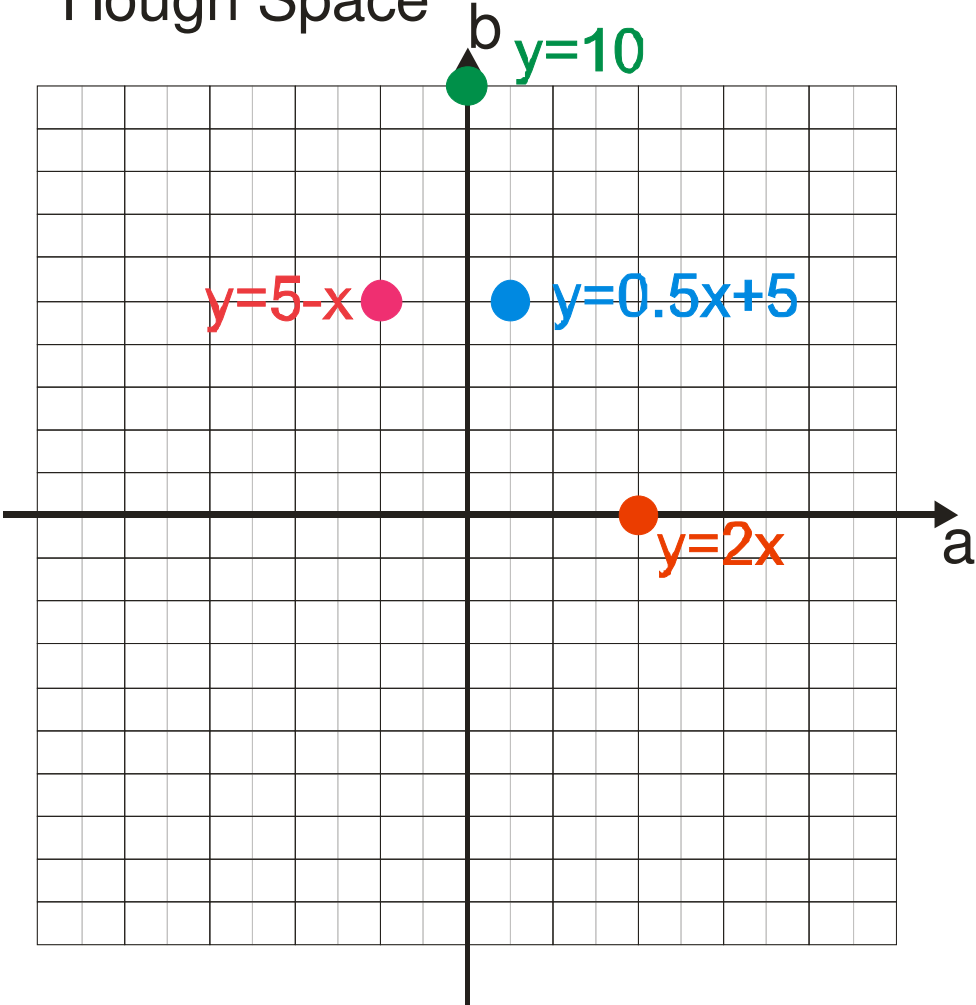
Transformada de Hough

Parametização da reta $y = ax + b$

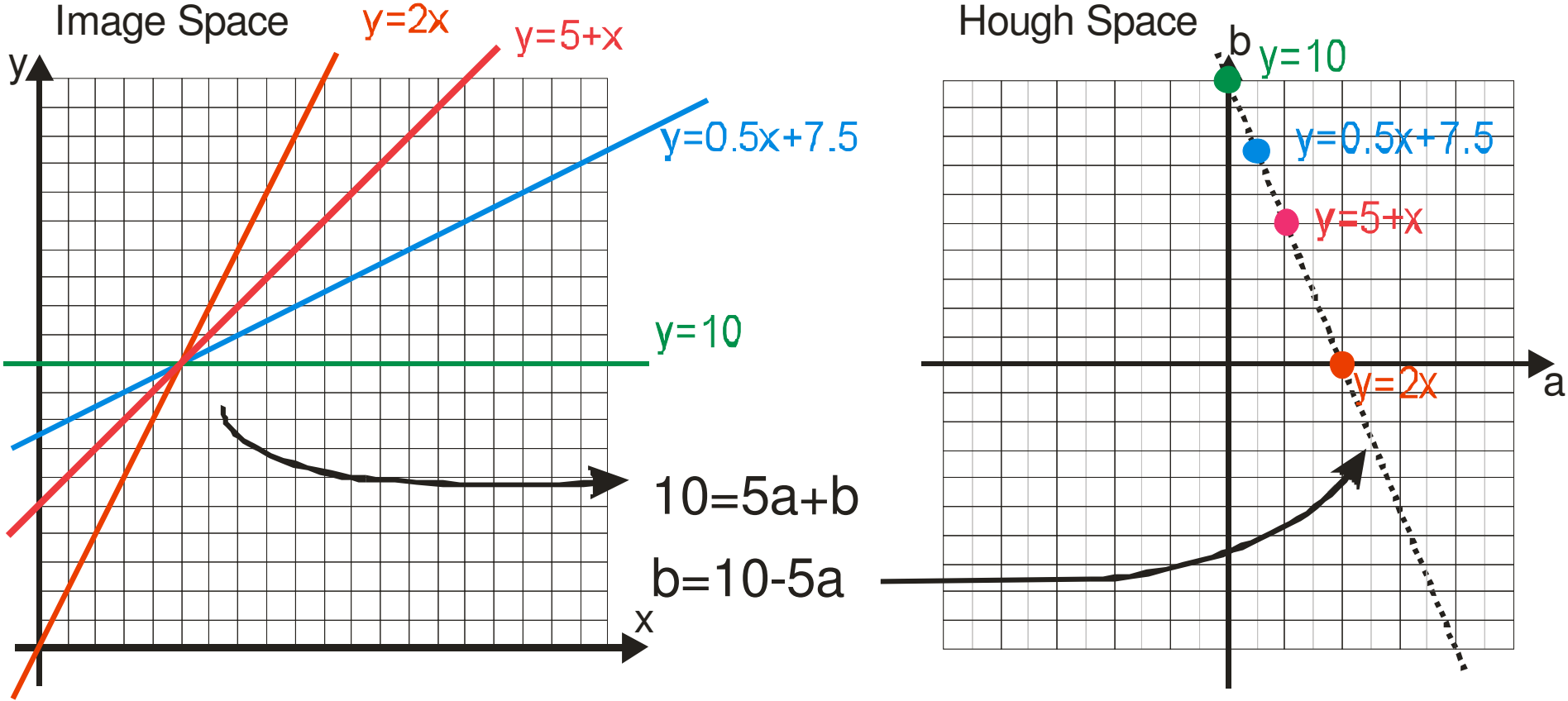


Retas no espaço de Hough (espaço de parâmetros)

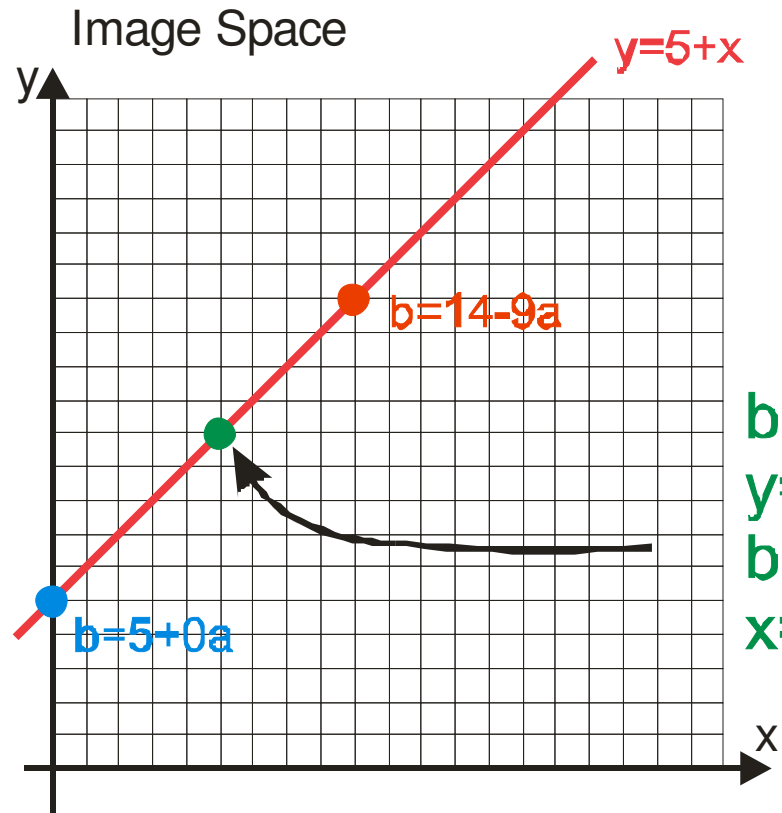
Hough Space



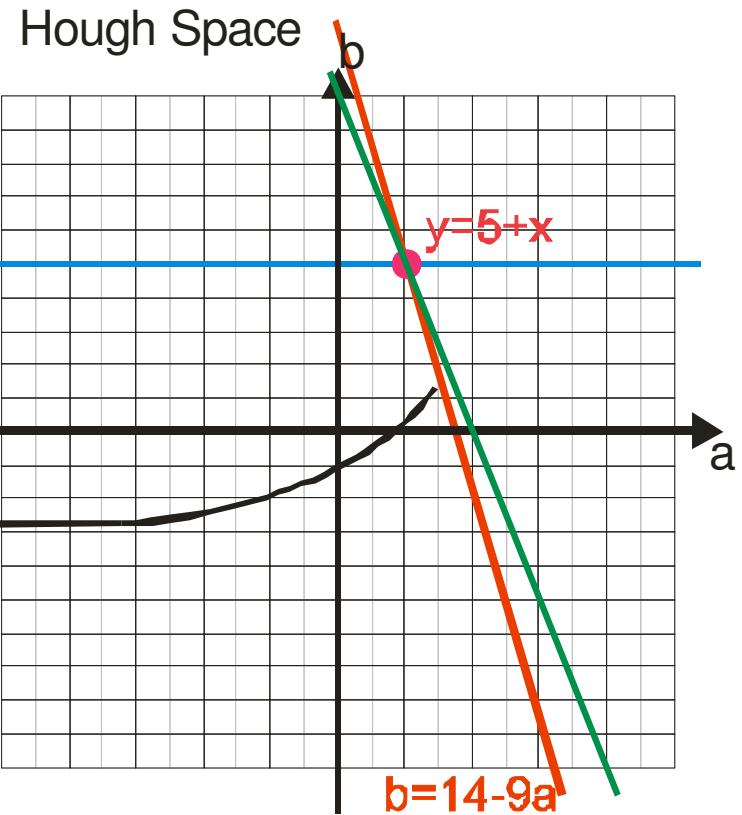
Todas as retas que passam por um ponto



Dual: pontos pertencentes a uma reta



$b=10-5a$
 $y=ax+b$
 $b=y-ax$
 $x=5; y=10$



Matriz de acumulação de Hough

Para cada ponto encontrado na imagem

Determinar os parâmetros da reta no espaço de Hough

Adicionar “um” a cada célula da matriz de acumulação por que passa a reta

Selecionar as células com mais pontos acumulados

Para cada célula selecionada

Identificar os parâmetros da reta sobre a imagem

Verificar na imagem os segmentos de reta encontrados

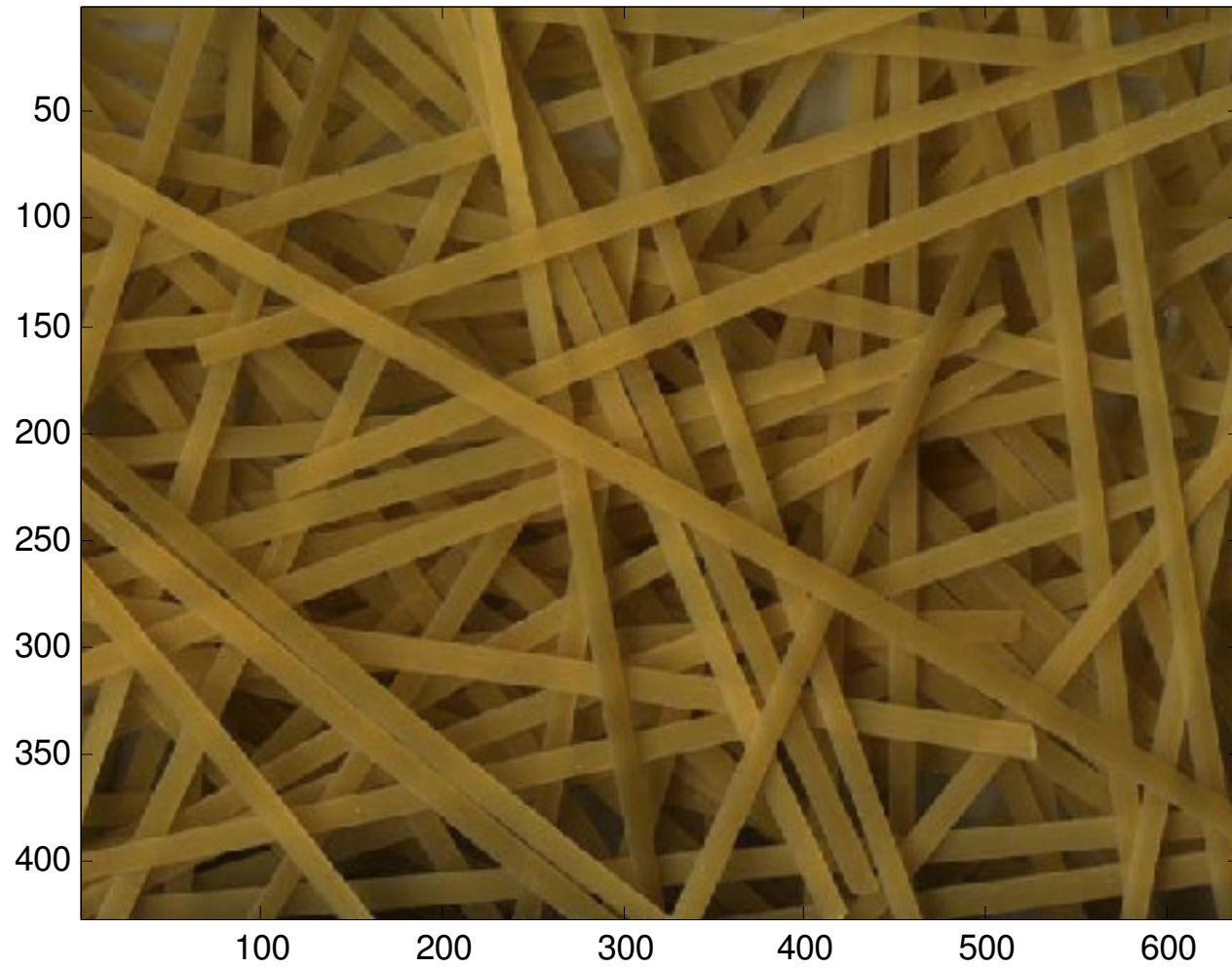
Parametrização polar

$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$$

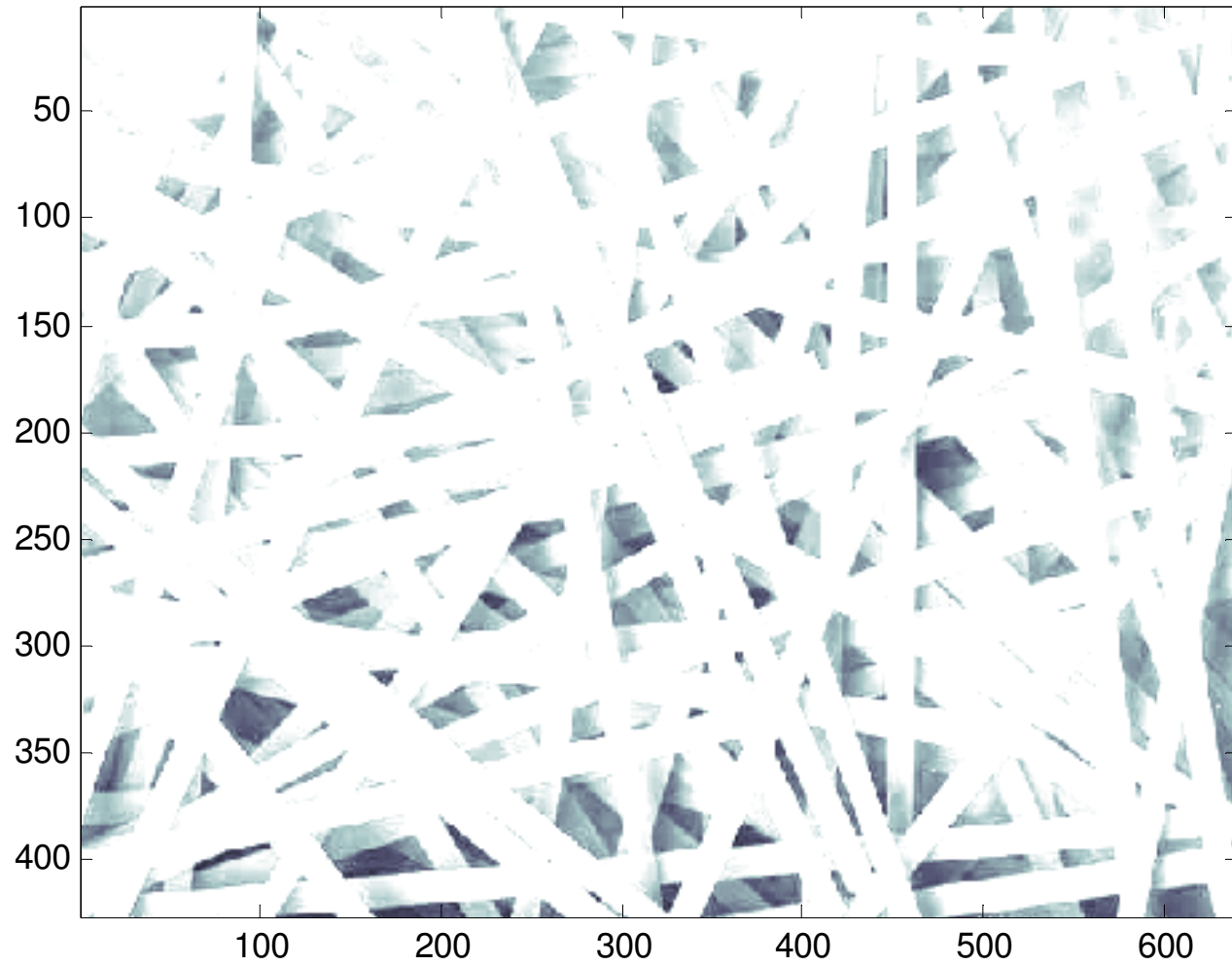
Cada ponto x,y corresponde a uma linha sinusoidal em função de θ no espaço de Hough. Intersecções dessas linhas sinusoidais correspondem aos parâmetros das retas que passam pelos pontos x,y .

Exemplo

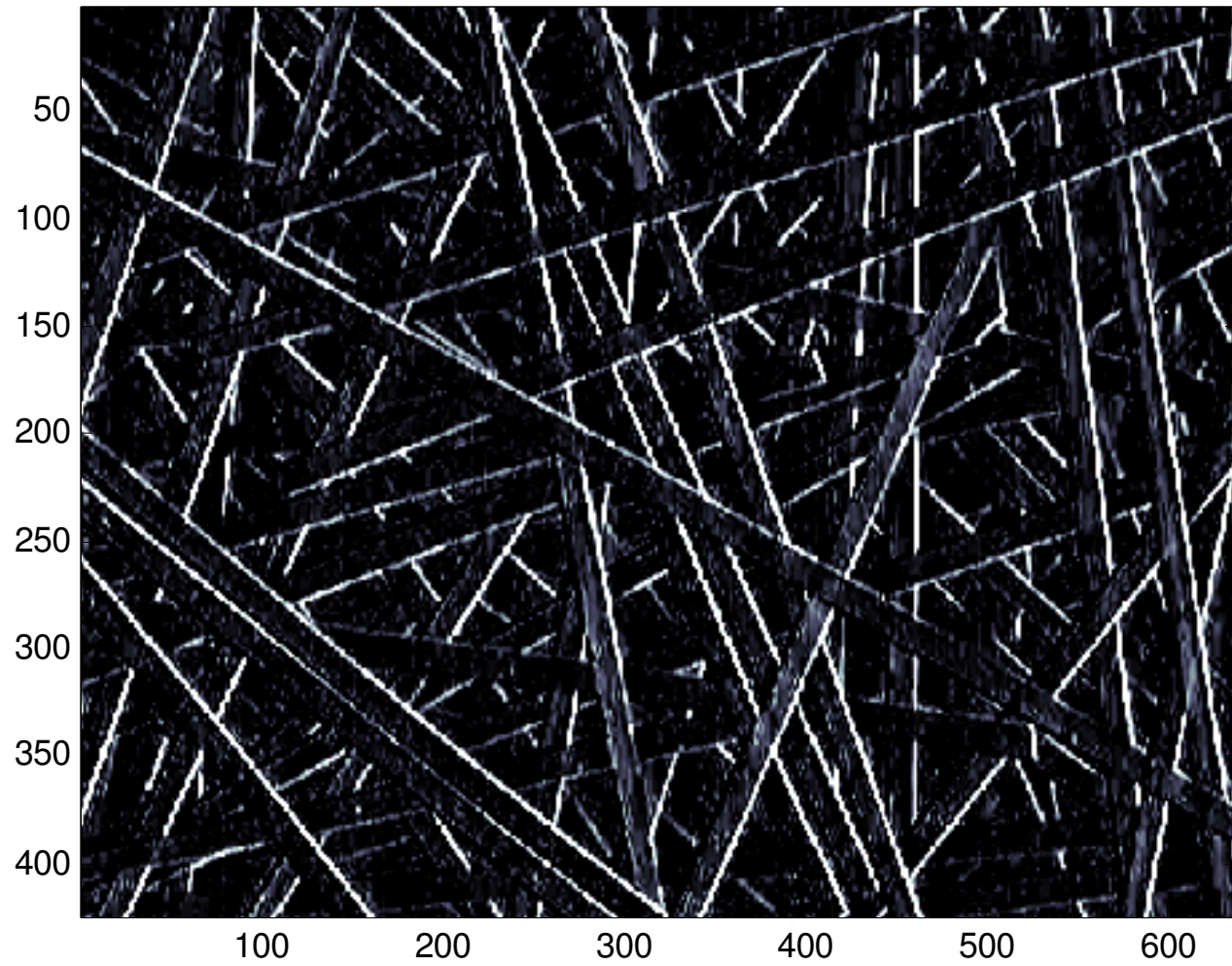
Image original



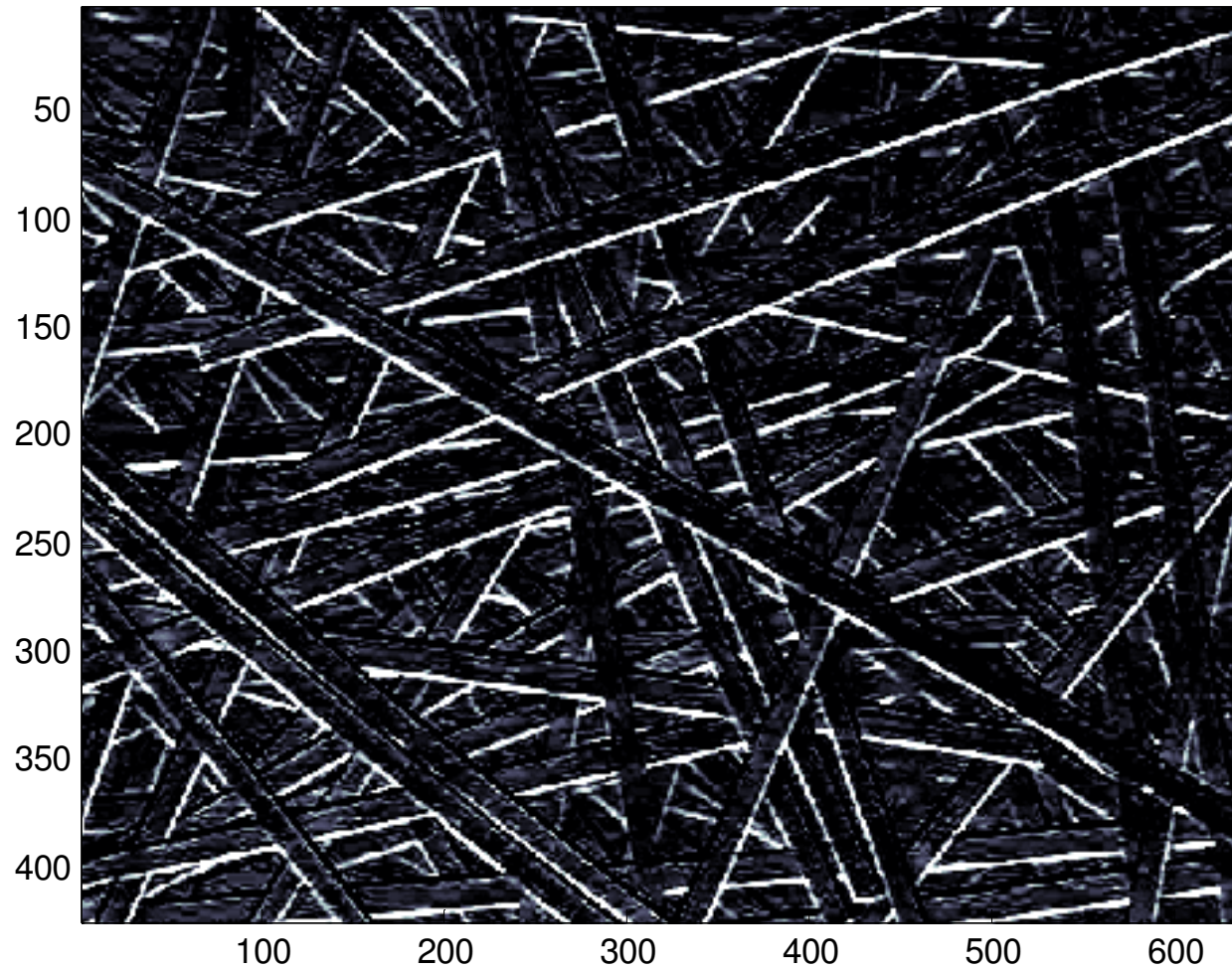
Canal verde extraído



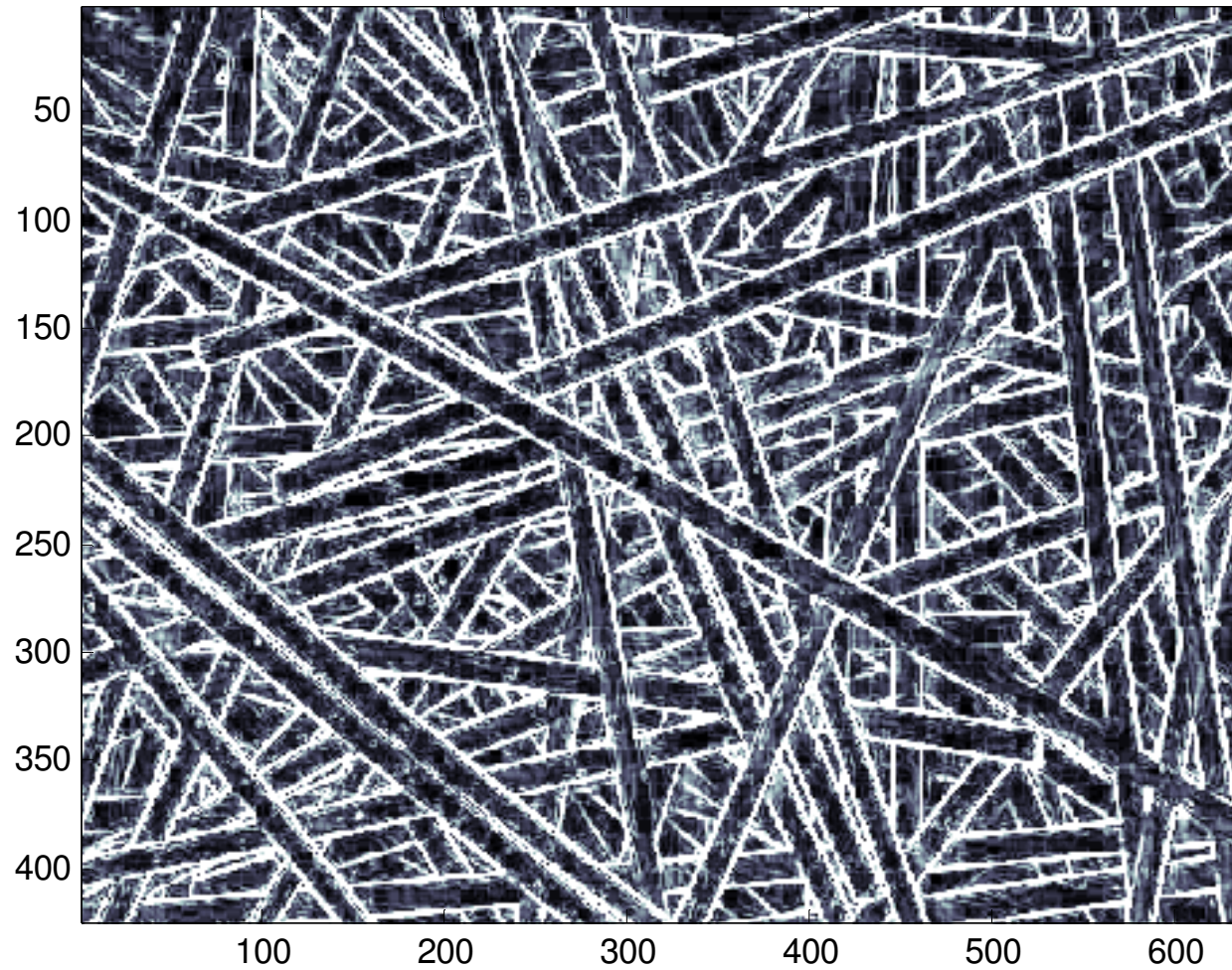
Gradiente em x



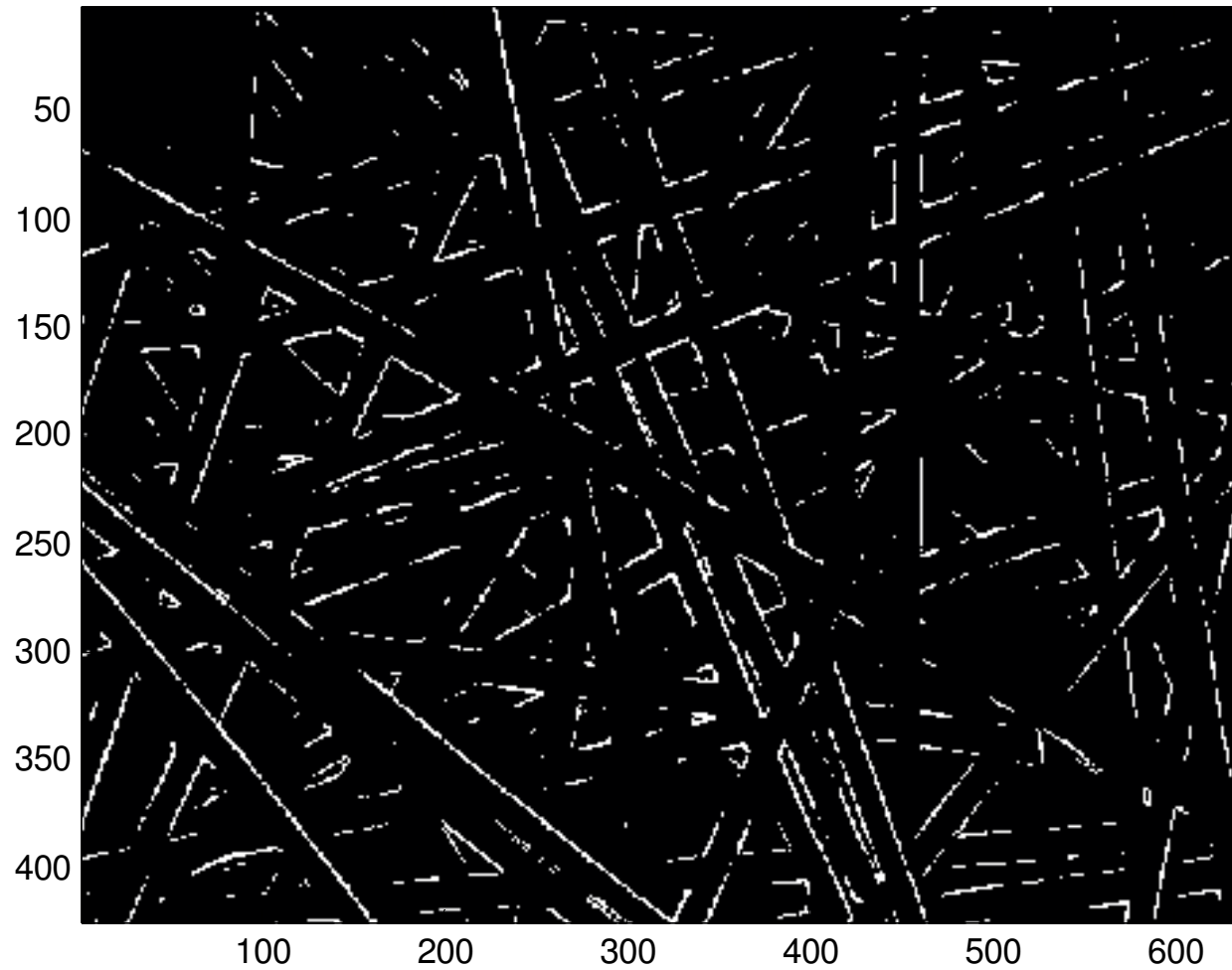
Gradiente em y

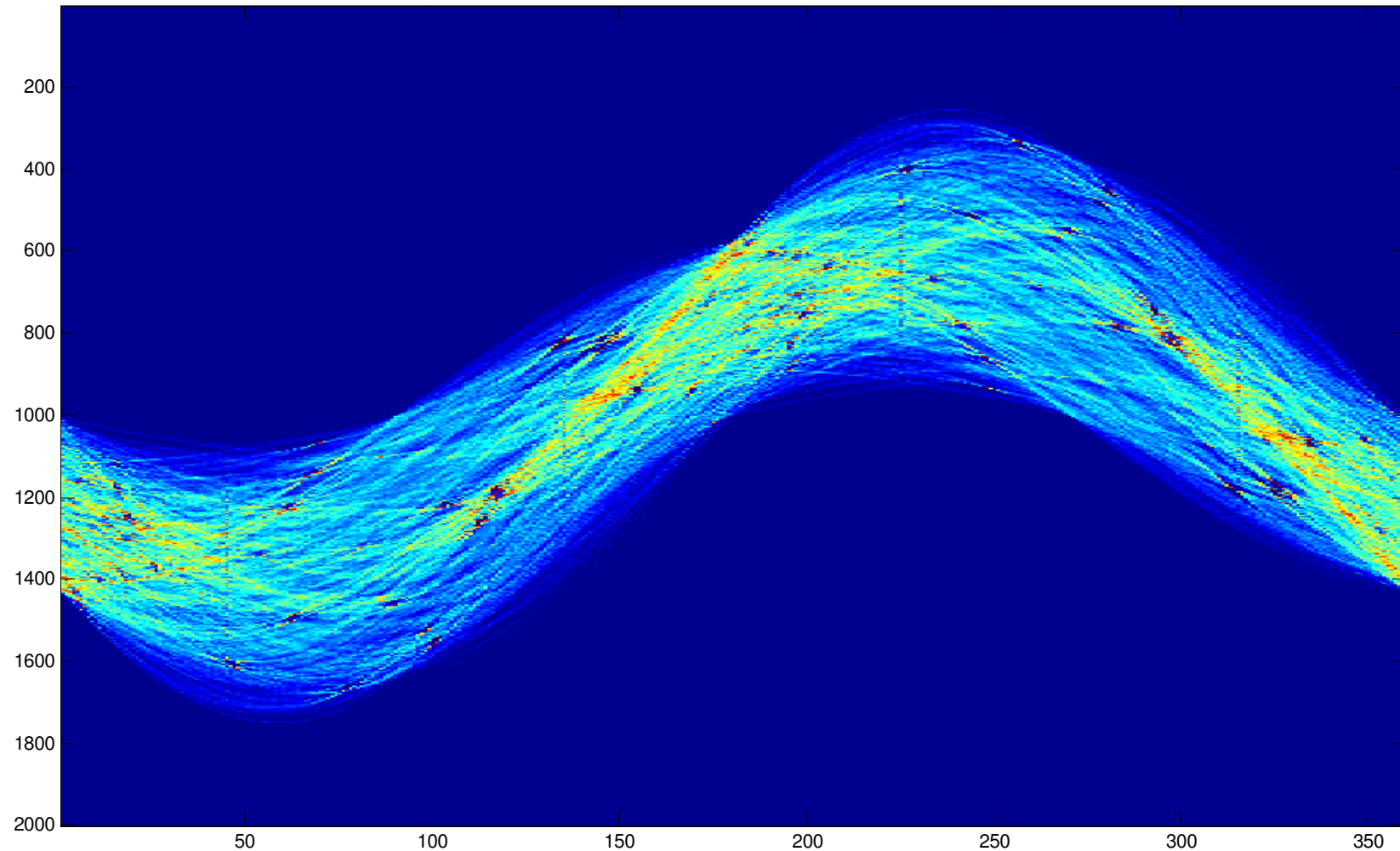


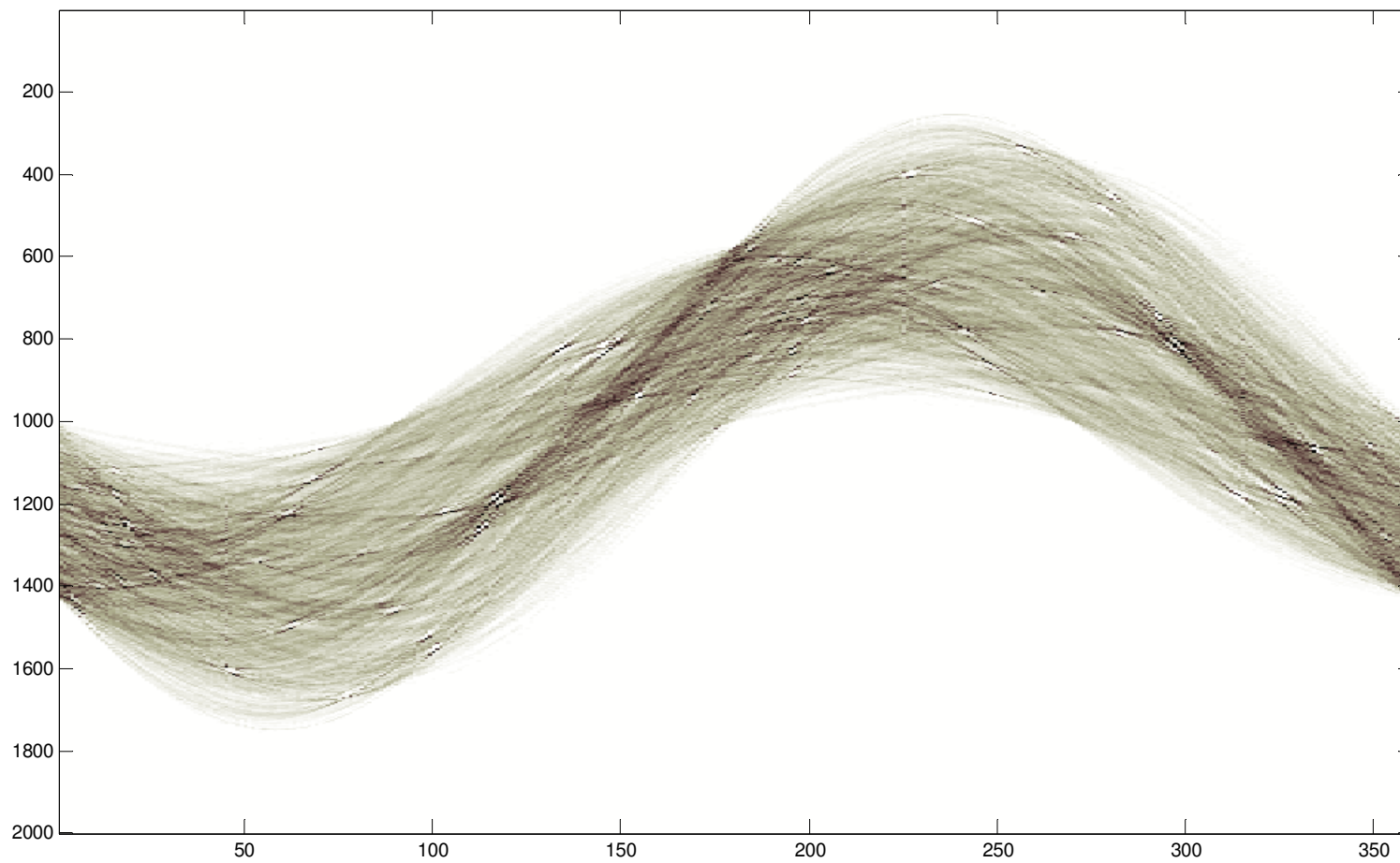
Gradiente L1

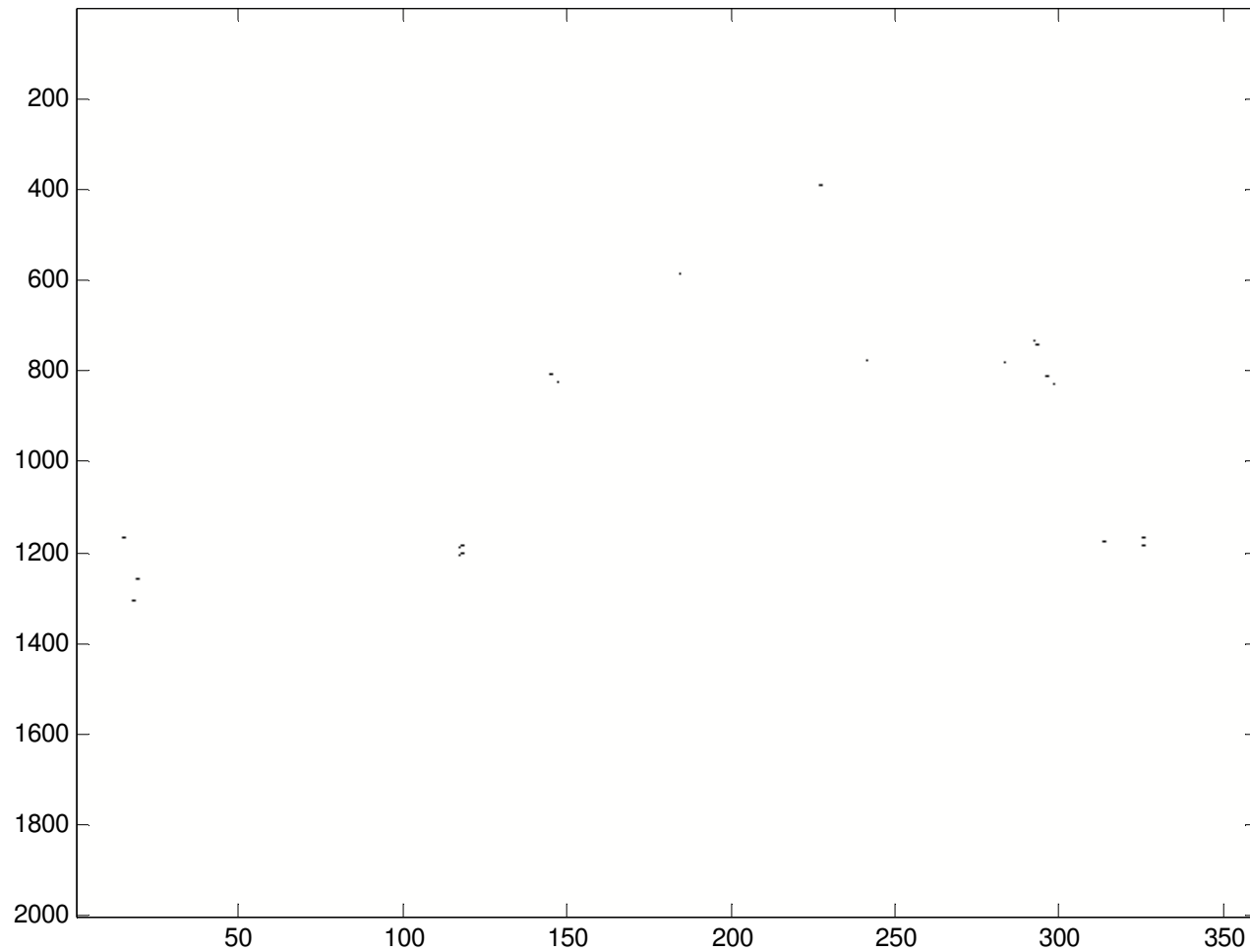


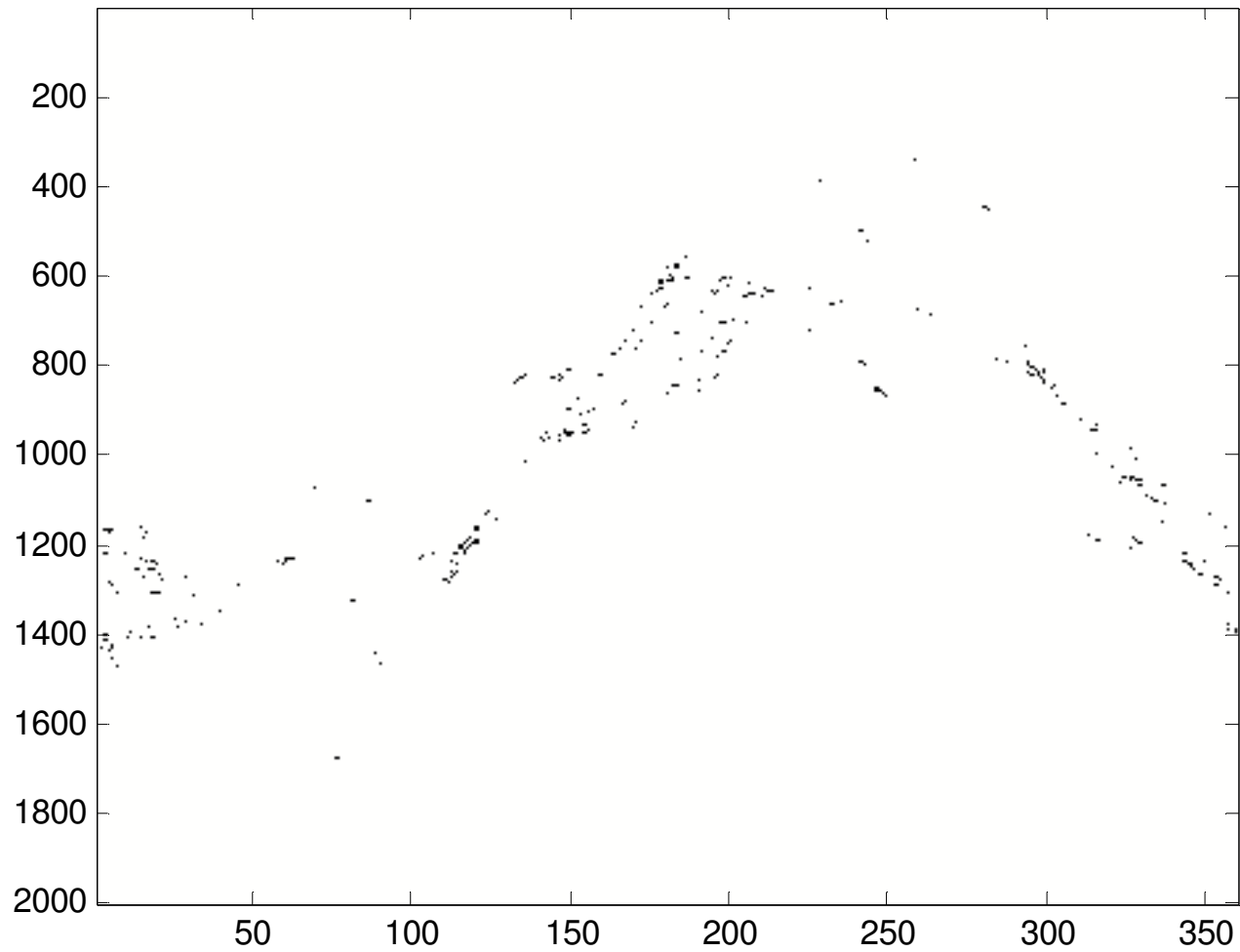
Pontos selecionados











O algoritmo K-Means

Faça

Para cada centro de cluster J

Para cada amostra I

Associar I ao cluster J mais próximo

Se houver alteração

Para cada cluster J

Arrume o centro do cluster para ser a média das amostras I relacionadas

Até que não ocorram mais alterações dos clusters

Exemplo

